Яков Исидорович Перельман
Фокусы и игры


Я.И. ПЕРЕЛЬМАН
ФОКУСЫ И ИГРЫ

«Фокусы и игры»: АСТ, Астрель; Москва; 2009
ISBN 978-5-17-048456-0, 978-5-271-18919-7

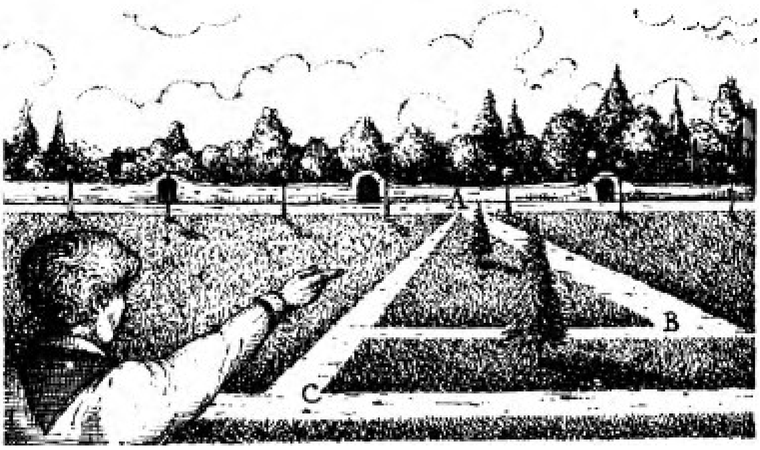
Аннотация

"Фокусы и загадки" – это увлекательная коллекция хитрых вопросов, занимательных задач, интересных загадок, головоломок, фокусов и игр.

Эта книга для веселых, находчивых и сообразительных читателей!

Яков Исидорович Перельман
Фокусы и игры

Обманы зрения



1. Загадочный рисунок

Пока вы смотрите на эти две физиономии (рис. 1), держа книгу неподвижно, они не обнаруживают ничего необычайного. Но начните двигать книгу вправо и влево, не переставая смотреть на рисунки. Произойдет любопытная вещь: физиономии словно оживут – начнут двигать зрачками вправо и влево, при этом их рот и нос также не останутся неподвижными.

Отчего это происходит?

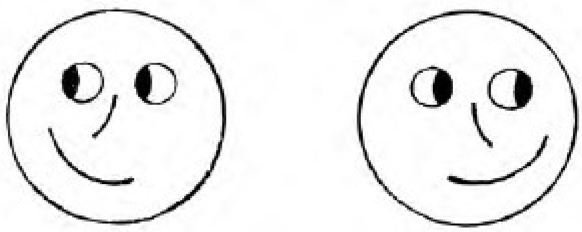


Рис. 1. Живые портреты

2. Три монеты

Положите рядом три монеты – одинаковые или разные. То, что я сейчас предложу вам сделать с ними, кажется с первого взгляда очень простым. Тем неожиданнее будет для вас то, что вы узнаете потом.

Итак, выдвиньте среднюю монету вниз настолько, чтобы между нею и каждой из оставшихся двух был промежуток, равный расстоянию между A и B (рис. 2).

Вы должны полагаться при этом только на свой глазомер и не прибегать к помощи линейки или циркуля. Большой точности от вас не требуется: если вы ошибетесь всего на 1 см, то задача будет считаться решенной вполне верно.

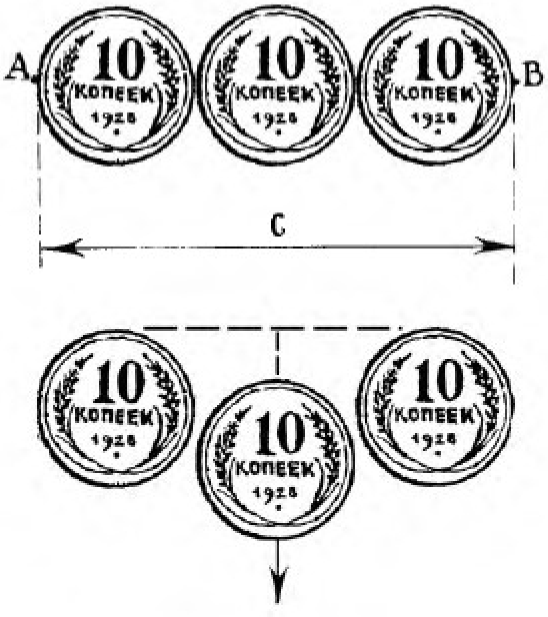


Рис. 2. Проверьте ваш глазомер: решить эту задачу с тремя монетами не так просто, как кажется

3. Четыре фигуры

Какая из этих четырех фигур самая большая и какая самая маленькая? (рис. 3.)
Дайте ответ, полагаясь только на свой глазомер.

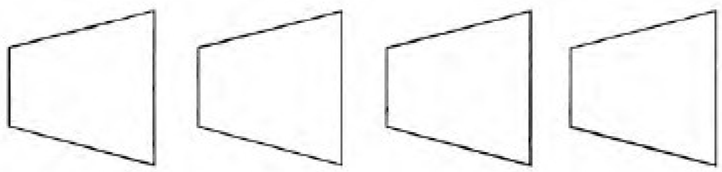


Рис. 3. Какая из четырех фигур самая большая и какая – самая маленькая

4. Кто длиннее?

Вы видите здесь три черные фигуры (рис. 4). Ответьте на вопрос: если смерить их линейкой или циркулем, какая фигура окажется длиннее?

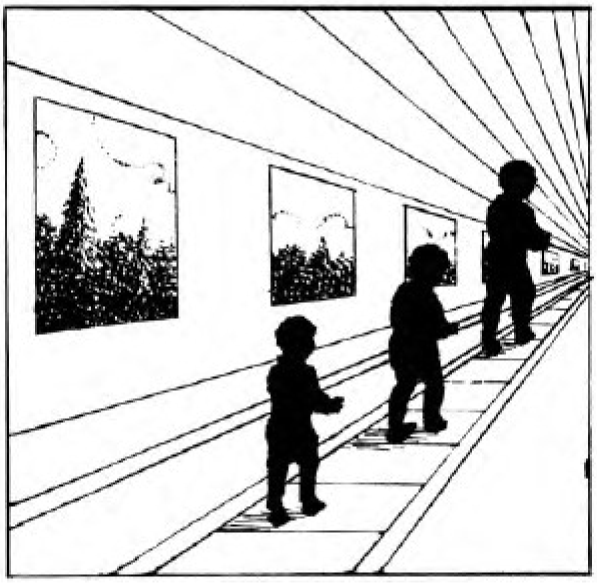


Рис. 4. Какая фигура длиннее?

Конечно, эту задачу очень легко решить, если проделать измерения на самом деле. Но попробуйте заранее, без измерения, сказать, какая фигура длиннее, и потом проверьте себя. Вас ожидает сюрприз.

5. Окружность пальца

Как вы думаете: во сколько раз окружность вашего пальца, например среднего пальца руки, меньше окружности вашего запястья?

Попробуйте ответить на этот вопрос, а потом проверьте ответ бечевкой или полоской бумаги.

Могу заранее сказать, что вы будете немало смущены результатом проверки. Почему?

6. Кривые ноги

Почему у этих двух человек (рис. 5) такие кривые ноги?

7. Неожиданность

Закрыв один глаз, всматривайтесь другим в белый квадратик, нарисованный в верхней части рис. 6. Спустя десять или пятнадцать секунд вы заметите нечто совершенно неожиданное.

Что именно?

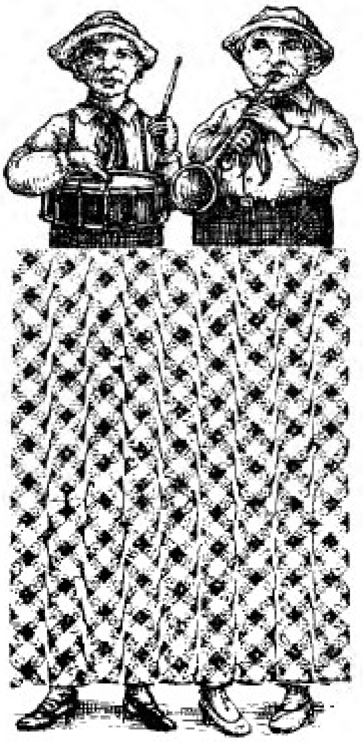


Рис. 5. Два великана с кривыми ногами

Рис. 6. Черный квадрат с белым отверстием

8. Воздушный шар

Фабричная труба на рис. 7 заслоняет часть каната, к которому привязан воздушный шар. Но художник как будто ошибся: разве канат, расположенный справа от трубы, составляет продолжение каната слева. Исправьте рисунок.

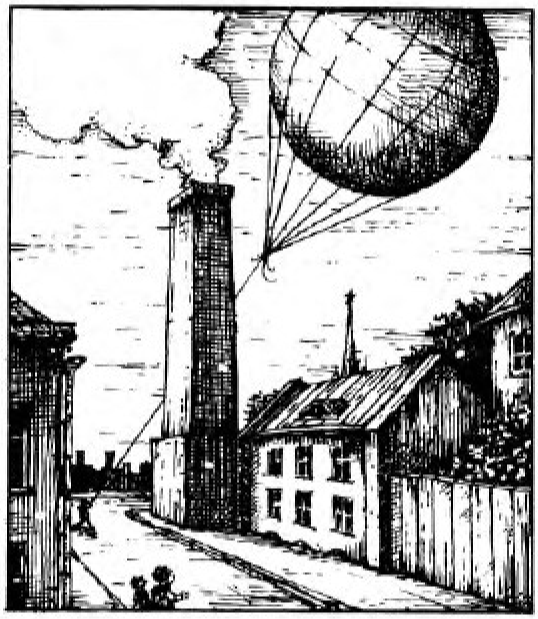


Рис. 7. Воздушный шар на привязи

9. Дорожки сада

Что длиннее: расстояние между точками А и С или между А и В (рис. 8)? Сначала дайте ответ, потом измерьте.

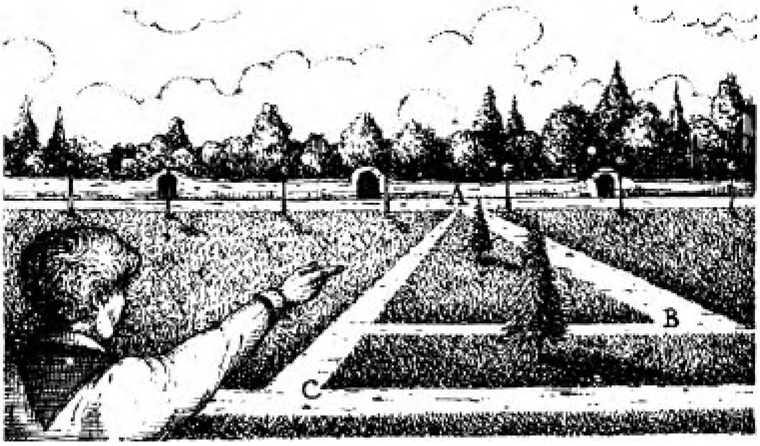


Рис. 8. Какая из садовых дорожек длиннее?

10. Какие линии?

В какую сторону изогнуты линии этого треугольника?

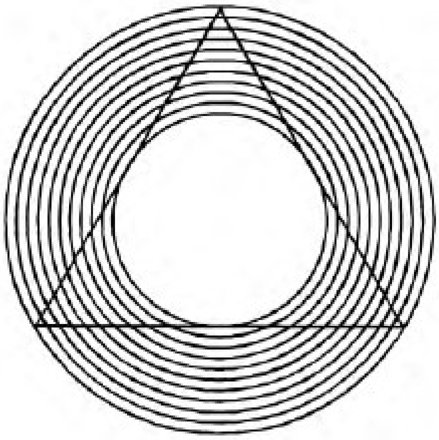


Рис. 9. У треугольника выпуклые или вогнутые стороны?

11. Две дуги

На рис. 10 изображены две дуги с короткими штрихами. Которая дуга сильнее изогнута: верхняя или нижняя?

Рис. 10. Что кривее?

12. Три полоски

Какая из трех бумажных полосок, изображенных на рис. 11, самая длинная?

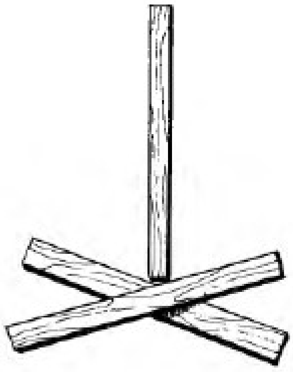


Рис. 11. Что длиннее?

13. Два корабля

Перед вами (рис. 12) два корабля: пароход и парусник. У кого из них палуба длиннее?

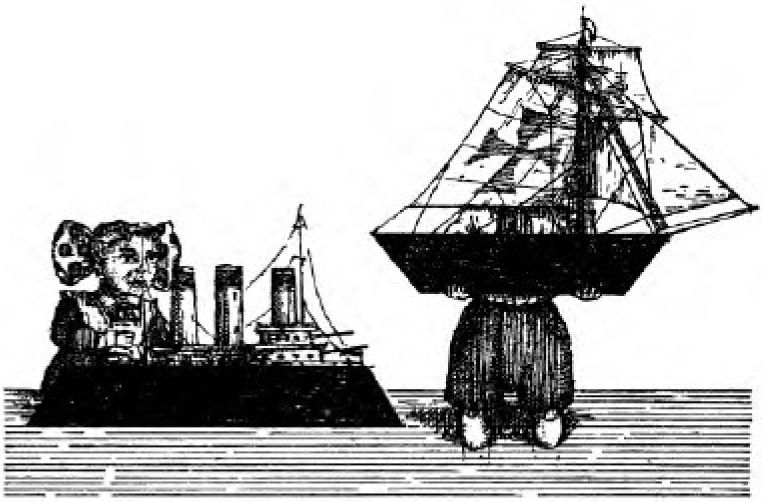


Рис. 12. Равны ли палубы?

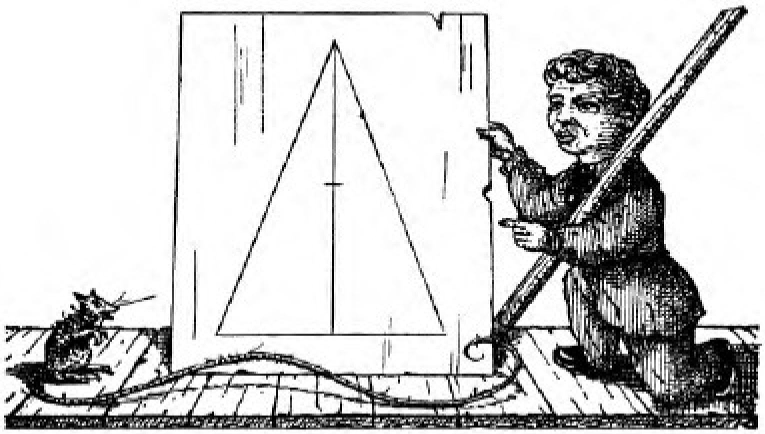


Рис. 13. Где середина?

14. Где середина?

Школьника спросили, где находится середина высоты начерченного здесь треугольника (рис. 13). Он указал место, обозначенное на фигуре черточкой. Поправьте мальчика, определив середину на глаз, а затем проверьте его и себя, линейкой.

15. Два прямоугольника

Школьник начертил два прямоугольника пересеченных прямой линией, и утверждал, что эти прямоугольники равны (рис. 14). Почему он думал, что они равны?

Рис. 14. Одинаковы ли эти прямоугольники?

16. Шляпа иностранца

Я показывал своим знакомым картинку, представленную здесь на рис. 15, и они утверждали, что прямоугольник, описанный около шляпы иностранца, имеет форму квадрата. В чем их ошибка?

Рис. 15. Квадрат ли здесь?

17. Продолжить линию

Если продолжить прямую линию *ab* (рис. 16), то куда она упрется: выше точки *c* или ниже?

18. Что длиннее?

Какая из линий *ab, cd* и *ef* (рис. 17) самая длинная?

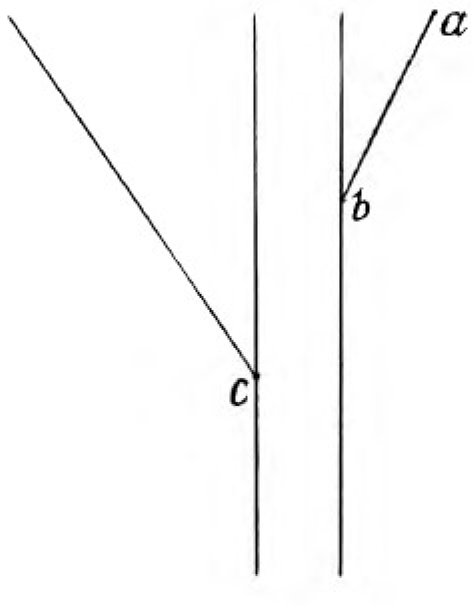


Рис. 16. Куда упрется линия?

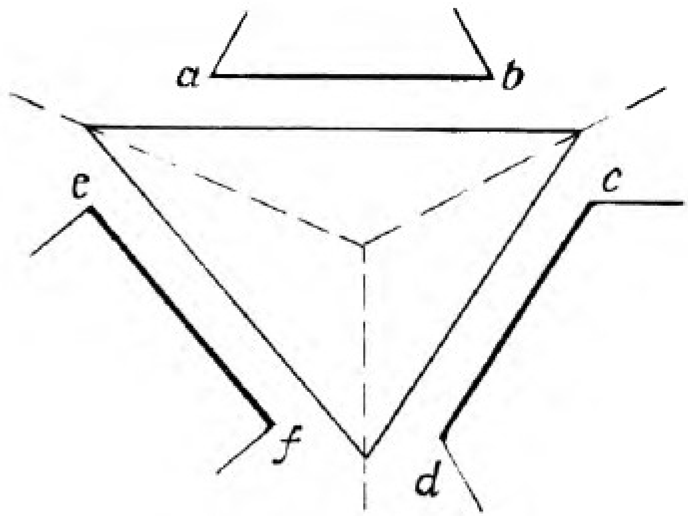


Рис. 17. Сравните *ab, cd* и *ef*

19. Поместятся ли?

Поместится ли в промежутке между AB и CD (рис. 18) изображенный здесь кружок?

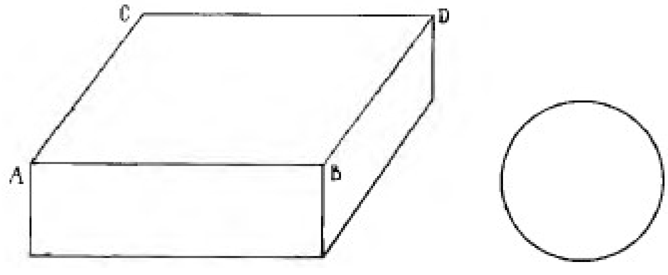


Рис. 18. Поместится ли кружок между AB и CD?

20. Два кружка

На рис. 19 вы видите два заштрихованных кружка, которые кажутся одинаковых размеров. Однако вы натренировали свой глазомер предыдущими упражнениями и, конечно, не попадете впросак.

Вам нетрудно будет ответить на вопрос: какой кружок больше?

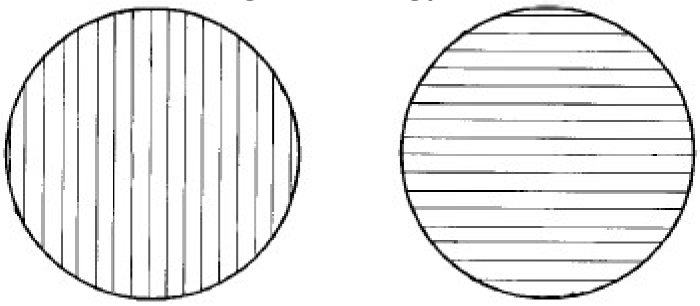


Рис. 19. Какой кружок больше?

Решения задач 1-20

1. Зрачки на рисунке кажутся движущимися по той же причине, по которой оживают картины кинематографа. Когда мы смотрим на правый рисунок и затем быстро переводим взгляд на левый, то первое зрительное впечатление исчезает не сразу, а еще сохраняется на мгновение; в тот момент, когда оно исчезнет и заменится новым, нам, естественно, должно показаться, что зрачки на рисунке передвинулись от одного края глаза к другому.

2. Ваше решение, вероятно, было приблизительно таким (рис. 20).

Рис. 20. Кажущееся (неправильное) решение задачи с тремя монетами

Оно как будто вполне верно удовлетворяет условию задачи, не правда ли? Но попробуйте измерить расстояние циркулем – окажется, что вы ошиблись чуть ли не в полтора раза!

А вот правильное расположение монет, хотя на глаз оно кажется совсем неправильным (рис. 21).

Чем крупнее кружки, тем обман зрения поразительнее. Опыт хорошо удается и в том случае, если взять неодинаковые кружки.

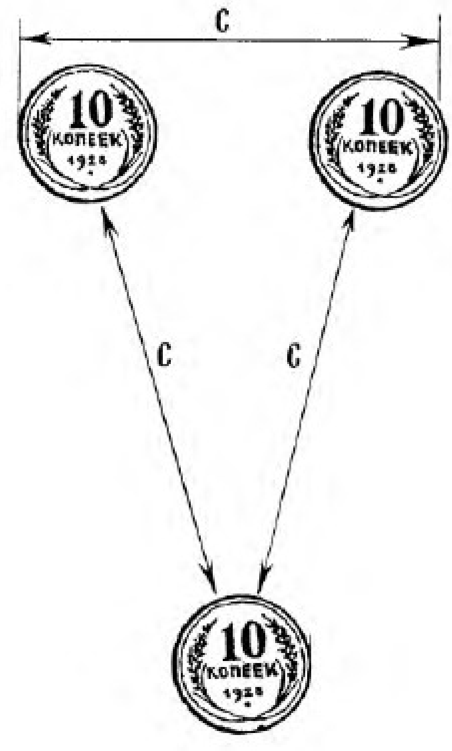


Рис. 21. Правильное решение задачи с тремя монетами

3. Все четыре фигуры одинаковой величины, хотя нам и кажется, что они уменьшаются слева направо. В каждой паре правая фигура представляется меньше оттого, что левая расширяется по направлению к правой и словно охватывает ее.

4. Это интересный обман зрения: фигура человека, идущего впереди, имеет совершенно такую же длину, как и фигура господина в цилиндре. Передний человек кажется нам великаном по сравнению с человеком в цилиндре только потому, что изображен вдалеке.

Мы привыкли к тому, что предметы с удалением уменьшаются; поэтому, видя вдали *неуменьшенную* человеческую фигуру, мы невольно заключаем (раз она кажется крупной даже на большом расстоянии), что это – человек исполинских размеров.

5. Результат проверки смутит вас потому, что обнаружит грубую ошибочность ответа. Вы, наверное, думали, что окружность пальца раз в 5–6 меньше окружности запястья. Между тем нетрудно убедиться, что окружность запястья всего лишь… в три раза больше пальца!

Отчего происходит такой обман зрения – трудно объяснить.

6. У этих людей ноги вовсе не кривые! Вы можете проверить их прямизну по линейке – все 8 линий идут совершенно прямо и параллельны между собой.

Проверку можно выполнить и без линейки: держите книгу на уровне глаз и смотрите вдоль линий ног, и вы ясно увидите, что ноги прямые.

Кажущаяся кривизна представляет собой любопытный обман зрения, который особенно усиливается, если смотреть на рисунок сбоку.

7. Неожиданное явление состоит в том, что через 10–15 сек нижняя белая полоса *совершенно пропадает* – на ее месте будет сплошной черный фон!

Спустя 1–2 сек полоса снова появится, затем вновь исчезнет, чтобы появиться опять, и т. д.

Это загадочное явление объясняется, вероятно, утомляемостью нашего глаза.

8. Рисунок сделан совершенно правильно. Приложите линейку к канату, и вы убедитесь, что вопреки очевидности его части составляют продолжение одна другой.

9. Как ни странно, AC = AB.

10. Линии нисколько не изогнуты ни внутрь, ни наружу, а кажутся вогнутыми внутрь оттого, что их пересекают насквозь несколько дуг (рис. 9).

11. Обе дуги одинаковы.

12. Все полоски одинаковой длины.

13. Палубы у обоих кораблей имеют одинаковую длину.

14. Середина указана правильно.

15. Потому что они действительно равны.

16. Ошибки нет: фигура вокруг шляпы квадрат.

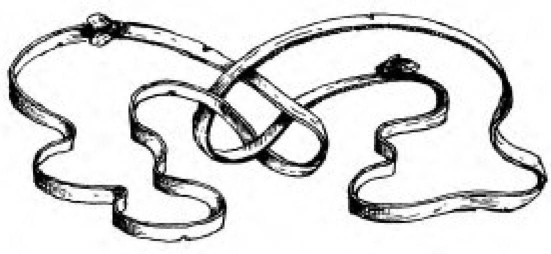
17. Прямая упрется в точку C.

18. Все три линии одинаковой длины.

19. Нет, не поместится.

20. Это тоже задача-ловушка. Кружки равны.

Фокусы и игры



1. Отгадчик

Мальчик с завязанными глазами безошибочно угадывает, в какой руке у вас гривенник. Делает он это так:

– Возьмите, – говорит он, – в одну руку гривенник, а в другую – монету в 3 копейки.

Когда это сделано, он продолжает:

– Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой.

Вы исполняете его просьбу; тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось четное или же нечетное число.

– Четное, – отвечаете вы, например.

– Гривенник в левой руке, – тотчас же объявляет он, и всегда указывает безошибочно.

2. Арифметический фокус

Хозяин просит одного из своих гостей написать на листке бумаги любое число из трех цифр.

– Но не показывайте мне, а прямо передайте листок своему соседу. Вы же, – обращается хозяин к этому соседу, – припишите к числу справа опять то же число. У вас получится длинное число из 6 цифр. Сделали? Передайте листок дальше.

– Что мне делать с этим шестизначным числом? – спрашивает гость, получивший записку.

– Разделите его на 13.

– А если не разделится?

– Разделится.

– Но ведь вы даже не знаете, какое у меня число! – возражает гость. – На 13 делится без остатка не всякое число.

– А это разделится, увидите.

Гость недоверчиво приступает к делению – действительно, число разделилось на 13 без остатка.

– Не говорите мне, сколько получилось, а передайте листок дальше, своему соседу, – говорит хозяин. – Вас я попрошу полученное число разделить на 11.

– А что делать с остатком?

– Остатка не будет, – заявляет хозяин. И в самом деле, остатка не получается.

– То число, которое у вас получилось от деления, передайте дальше и попросите соседа разделить его на 7, – продолжает распоряжаться хозяин.

– Неужели опять разделится без остатка? – недоумевает сосед.

– Именно так, – отвечает хозяин. – Разделили? Будьте добры теперь написать результат на отдельной бумажке и передайте эту бумажку мне.

Затем, не заглядывая в бумажку, хозяин передает ее тому гостю, который задумал число.

– Вот число, которое вы написали. Правильно?

– Верно! – изумляется гость. – Но откуда же вы знаете? Ведь вы не видели ни моего числа, ни того, которое получилось?

И в самом деле, откуда он мог знать?

3. Карточный фокус

Трудно самому угадать задуманную карту и еще труднее, казалось бы, заставить другого угадывать. Но существует способ превратить любого человека в безошибочного отгадчика задуманной вами карты.

Из колоды игральных карт вы берете одну карту – допустим, валет пик, – кладете на стол, никому не показывая, и уверяете собеседника, что он может отгадать эту карту.

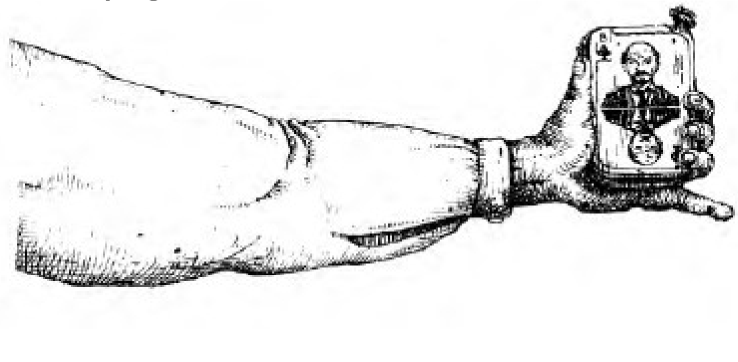


Рис. 1. Отгадывание задуманной карты «по заказу»

Он, конечно, заявляет, что не обладает подобным даром, но вы настаиваете на своем. Между вами и им происходит такой разговор (напоминаю, что карта, лежащая на столе, – валет пик). Вы начинаете:

– Есть четыре масти. Назовите из них две, какие угодно.

– Бубны и пики, – отвечает собеседник наобум.

– Из этих двух укажите одну.

– Пусть бубны, – с улыбкой продолжает отгадчик.

– Значит, остаются только пики. Далее – в колоде имеются туз, король, дама, валет, десятка и девятка. Выберите из этих шести карт три.

– Король, дама и девятка, – опять наобум отвечает собеседник.

– Остаются, следовательно, туз, валет и десятка. Выберите из них две карты.

– Туз и валет.

– А теперь укажите из них одну.

– Ну, туз.

– Остается, значит, только валет. Вот он!

И вы торжествующе переворачиваете карту: масть и название угаданы!

Ваш собеседник в недоумении: каким образом он все же сумел угадать карту…

В чем секрет?

4. Что получится?

Вырежьте из газеты ленту 5 см шириной и в 80-100 см длиной. Концы этой ленты склейте в кольцо, но не просто, а предварительно *закрутив ленту по длине два раза.*

Вот как надо это сделать. На рис. 2 углы ленты обозначены цифрами; переверните один конец ленты так, чтобы сначала 3-й угол оказался не вверху, против 1-го угла, а внизу, против 2-го угла, и затем заверните тот же конец в ту же сторону еще раз, чтобы 3-й угол снова оказался вверху против 1-го угла. В результате лента окажется дважды закрученной по длине. Теперь склейте концы ленты (рис. 3), и у вас все готово для фокуса.

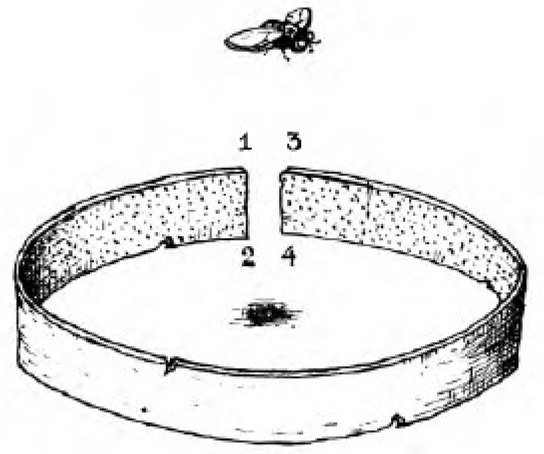


Рис. 2. Как приготовить бумажную ленту к склеиванию

Вы показываете эту заранее приготовленную ленту своим гостям и спрашиваете их:

– Что получится, если ленту разрезать вдоль посередине?

Всякий ответит вам, что, очевидно, из одного кольца получатся два – ничего другого и ожидать нельзя.

Но результат оказывается неожиданным. Как вы думаете, что получится?

Рис. 3. Как склеить бумажную ленту в кольцо

5. Еще неожиданнее

Еще неожиданнее будет результат при разрезании другого бумажного кольца, склеенного несколько иным образом. А именно, конец закручивают, как и раньше, *но не два раза, а один раз* (3-й угол при склеивании придется против 2-го угла).

Что получится, если разрезать такую ленту вдоль посередине (рис. 4)?

Результат поразит вас!

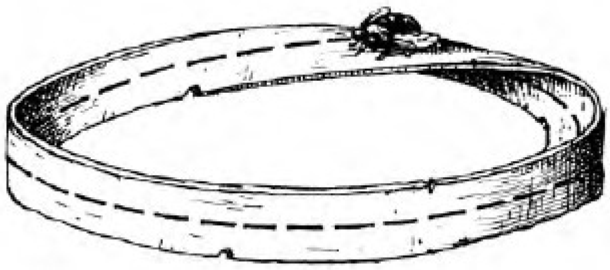


Рис. 4. Кольцо, склеенное из бумажной ленты по-другому

6. Игра в «32»

В эту игру играют вдвоем. Положите на стол 32 спички. Тот, кто начинает играть, берет себе одну, две, три или четыре спички. Затем и другой берет себе сколько хочет спичек, но тоже не более четырех. Потом опять первый берет не свыше четырех спичек. И так далее. Кто возьмет последнюю спичку, тот и выиграет.

Игра очень простая, как видите. Но она любопытна тем, что тот, кто начинает игру, всегда может выиграть, если только правильно рассчитает, сколько ему нужно брать.

Можете ли вы указать, как он должен играть, чтобы выиграть?

7. То же, но наоборот

Игру в «32» можно видоизменить: тот, кто берет последнюю спичку, не выигрывает, а, наоборот, проигрывает.

Как следует здесь играть, чтобы наверняка выиграть?

8. Игра в «27»

Эта игра похожа на предыдущие. Она также ведется между двумя игроками и тоже состоит в том, что играющие поочередно берут не более 4 спичек. Но конец игры иной: выигравшим считается тот, у кого по окончании игры окажется четное число спичек. В этой игре начинающий ее имеет преимущество. Он может так рассчитать свои ходы, что наверняка выиграет.

В чем состоит секрет беспроигрышной игры?

9. На иной лад

При игре в «27» можно поставить и обратное условие: считается выигравшим тот, у кого после игры окажется нечетное число спичек.

Каков здесь способ беспроигрышной игры?

10. Из шести спичек

Можете ли вы из шести спичек составить четыре равносторонних треугольника, притом так, чтобы ни одна сторона ни одного треугольника не была короче спички?

Попытайтесь. И не отчаивайтесь, если вам сразу не удастся решить задачу, она все-таки разрешима и даже без особых хитростей.

Не бойтесь также и подлога в условии задачи; ее надо понимать именно так, как сказано: составить из 6 спичек 4 равносторонних треугольника.

Решения задач 1-10

1. Удваивая или утраивая четное число, вы всегда получаете в результате четное число. Другое дело с числом нечетным: при удвоении оно становится четным, но при утроении остается нечетным. Гривенник, следовательно, дает четное число и при удвоении, и при утроении; напротив, 3 копейки дают четное только при удвоении; утроенные они дают число нечетное. Мы знаем также, что, складывая четное число с четным, получим четное, а складывая четное и нечетное, получим нечетное число.

Отсюда прямо вытекает, что если в нашем фокусе сумма оказалась четной, значит, три копейки были удвоены, а не утроены, т. е. находились в правой руке.

Если бы сумма была нечетной, это означало бы, что три копейки подверглись утроению и, следовательно, находились в левой руке.

2. Секрет фокуса кроется в том, что второй гость, приписывая к задуманному трехзначному числу то же число, умножил его, сам того не подозревая, на 1001. Действительно, если, например, первый гость задумал число

873,

то у второго гостя получилось число

873873.

Но ведь это не что иное, как

$873000 + 873$, т. е. 873×1001.

А число 1001 – замечательное число: оно получается от умножения 7, 11 и 13. Не удивительно поэтому, что хозяин уверенно предлагал делить такое шестизначное число сначала на 13, потом на 11 и на 7. Делить же последовательно на 13,11 и на 7 все равно, что делить на $13 \times 11 \times 7$, т. е. на 1001.

Итак, второй гость умножил задуманное число на 1001, а три следующих гостя совместно разделили полученное им число на 1001. Вот почему в результате снова получилось задуманное число.

3. Этот курьезный фокус, в сущности, прост до смешного. Его разгадка ясна, например, уже из того, что если на последний вопрос вам ответит не туз, а валет, успех отгадывания

будет не менее блестящим. Вообще, весь секрет фокуса вот в чем: сообразно с тем, что вам нужно, вы сосредоточиваете внимание собеседника либо на тех картах, которые им названы, либо же на тех, которые не названы. А так как задуманная карта непременно должна оказаться либо среди названных, либо среди не названных, то нисколько не удивительно, что собеседник ваш всегда «отгадывает» безошибочно.

Разумеется, когда вы проделаете этот фокус несколько раз подряд, уловка будет раскрыта. Но если не злоупотреблять недогадливостью партнера, то можно поставить в тупик самого находчивого человека.

4. Получаются два кольца, но продетые одно в другое, как звенья цепи (рис. 5).

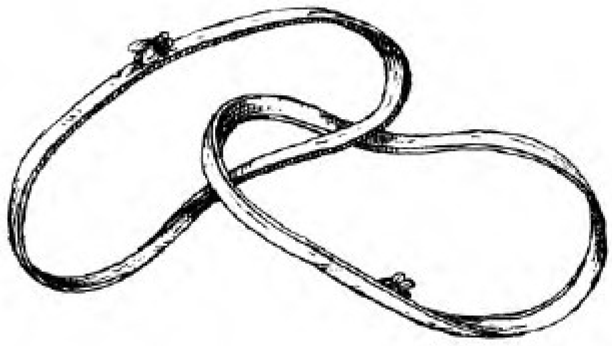


Рис. 5. Кольцо, разрезанное вдоль средней линии

Если каждое из этих колец вы снова разрежете вдоль, то опять получите два кольца, продетые одно в другое.

5. При разрезании этого кольца вдоль получится, вопреки всем ожиданиям, не два кольца, а… одно, вдвое большее (рис. 6).

Наша изогнутая лента, обладающая столь удивительным свойством не разъединяться при разрезании, называется в геометрии поверхностью Мебиуса, по имени знаменитого математика прошлого века.

Другая замечательная особенность нашего кольца состоит в том, что у него нет «лицевой стороны» и «изнанки»: «лицо» ленты постепенно переходит в «изнанку», так что невозможно указать, где кончается одна сторона и начинается другая. Если вы пожелали, например, покрасить одну сторону нашей бумажной ленты, скажем, в красный цвет, а другую оставить некрашенной, то не смогли бы выполнить этого: у нашей ленты нет двух сторон, она односторонняя[1].

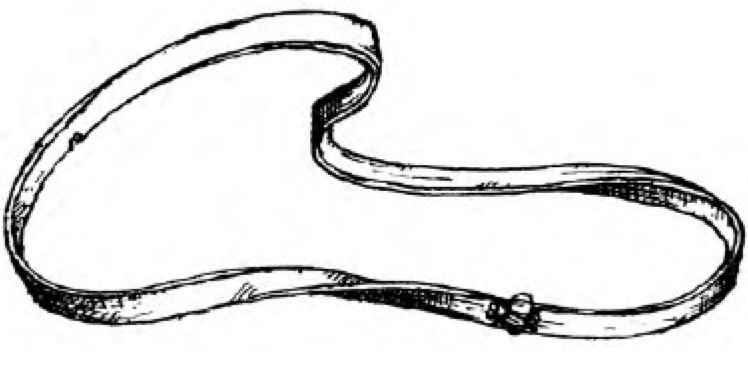


Рис. 6. Другое кольцо, разрезанное вдоль средней линии

[1] Отсюда ясно, между прочим, что часто встречающееся в учебниках определение поверхности как «границы тела» несостоятельно; поверхность Мебиуса никакого тела ограничивать не может, а между тем это – поверхность.

Но вернемся к разрезанию нашей ленты. Если, разрезав ее вдоль и получив одно кольцо, вы разрежете новое кольцо, у вас получится на этот раз два кольца (рис. 7).

Однако разнять их вы не сможете: они запутаны одно в другом сложным гордиевым узлом, который можно рассечь только ножницами.

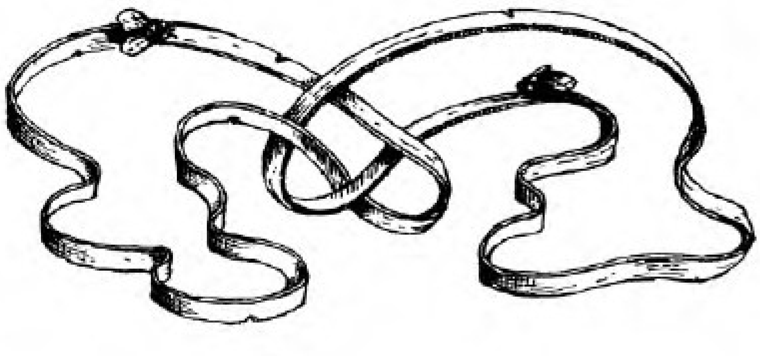


Рис. 7. Кольцо после двукратного разрезания

6. Нехитрый секрет беспроигрышной игры найти довольно легко, если попробовать сыграть партию с *конца.* Нетрудно видеть, что если предпоследним вашим ходом вы оставите партнеру на столе 5 спичек, то выигрыш обеспечен: партнер не может взять больше 4 спичек, и, следовательно, вы возьмете после него все остальные. Но как устроить, чтобы вы наверняка могли в предыдущий ход оставить на столе 5 спичек? Для этого необходимо, делая этот ход, оставить противнику ровно 10 спичек: тогда, сколько бы он ни взял, он не оставит вам меньше 6 – и вы всегда сможете оставить ему 5. Далее, как сделать так, чтобы партнеру пришлось брать из 10 спичек? Для этого надо в предыдущий ход оставить на столе 15 спичек.

Так, последовательно вычитая по 5, мы узнаем, что на столе надо оставить 20 спичек, а еще ранее 25 спичек и, наконец, в первый раз 30 спичек, т. е., начиная игру, взять 2 спички.

Итак, вот секрет беспроигрышной игры: сначала берите 2 спички; затем, после того как партнер взял несколько спичек, берите столько, чтобы на столе осталось 25; в следующий раз оставьте на столе 20, потом 15, потом 10 и, наконец, 5. Последняя спичка всегда будет вашей.

7. Если условие игры обратное, т. е. взявший последнюю спичку считается *проигравшим,* то вам надо в предпоследний ваш ход оставить на столе 6 спичек: тогда, сколько бы ни взял ваш партнер, он не оставит вам меньше 2 и больше 5, т. е. вы в любом случае сможете последующим ходом последнюю спичку оставить ему. Но как сделать так, чтобы оставить на столе 6 спичек? Для этого нужно в предыдущий ход оставить на столе 11 спичек, а еще в более ранние ходы 16, 21, 26 и 31 спичку.

Итак, вы начинаете с того, что берете всего 1 спичку, а дальнейшими ходами оставляете вашему партнеру 26, 21, 16, 11 и 6 спичек; последняя спичка неизбежно достанется противнику.

8. Здесь разыскать способ беспроигрышной игры несколько труднее, чем при игре в «32». Надо исходить из следующих соображений.

1. Если у вас перед концом партии *нечетное* число спичек, вы должны оставить противнику 5 спичек, и ваш выигрыш обеспечен. В самом деле: в следующий ход противник оставит вам 4,3,2 или 1 спичку. Если он оставит 4 – вы берете три спички и выигрываете, если 3 – берете все три и выигрываете; если 2 – берете одну и также выигрываете.

2. Если же перед концом игры у вас оказывается *четное* число спичек, то вы должны оставить противнику 6 или 7 спичек. В самом деле, последим, как пойдет дальше игра. Если противник следующим ходом оставляет вам 6 спичек, вы берете одну и, обладая теперь уже

нечетным числом спичек, спокойно оставляете противнику 5 спичек, с которыми он должен неизбежно проиграть. Если он оставит вам не 6, а 5 спичек, берете 4 и выигрываете. Если оставит 4 – берете все четыре и выигрываете. Если оставит 3 – берете две и выигрываете. И наконец, если оставит 2 – вы тоже выигрываете. Меньше двух он оставить не может.

Теперь уже не трудно найти способ беспроигрышной игры. Он состоит в том, чтобы, имея *нечетное* число спичек, оставлять противнику на столе такое, которое на 1 меньше кратного 6-ти, т. е. 5,11,17, 23; имея же *четное* число спичек, оставлять противнику на столе число спичек, кратное 6-ти или на 1 больше, т. е. 6 или 7, 12 или 13, 18 или 19, 24 или 25. Нуль можно считать четным числом; поэтому, начиная игру, вы должны взять из 27 спичек 2 или 3, а в дальнейшем следовать описанной схеме. Ведя так игру, вы неизбежно выиграете. Не давайте только противнику перехватить у вас инициативу.

9. Если условие игры обратное и выигравшим считается обладатель нечетного числа, вы должны поступать при игре следующим образом: имея *четное* число спичек, оставляйте противнику на 1 меньше, чем кратное 6-ти, имея же *нечетное* число, оставляйте ему кратное 6-ти или на 1 больше. Такая тактика обязательно приведет вас к выигрышу. Начиная игру, вы имеете 0 спичек (т. е. как бы четное число), поэтому первым ходом берете 4 спички, оставляя противнику 23.

10. Вы, вероятно, пытались составить шесть треугольников, располагая спички в одной плоскости. И, конечно, безуспешно, потому что так задачу решить невозможно. Но ведь такого ограничения в задаче нет: вы можете располагать треугольники и не в одной плоскости, т. е. размещать их в пространстве. И тогда она решается очень просто – нужно лишь построить из 6 спичек пирамиду с треугольным основанием и треугольными боками (рис. 8). У вас получится 4 равносторонних треугольника из 6 спичек.

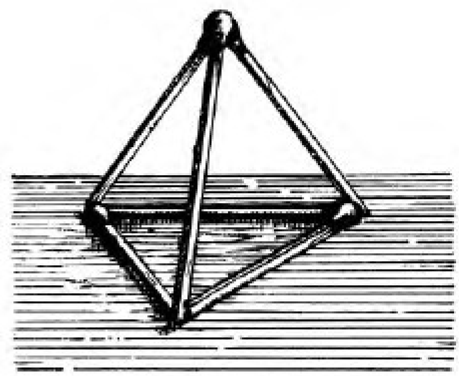
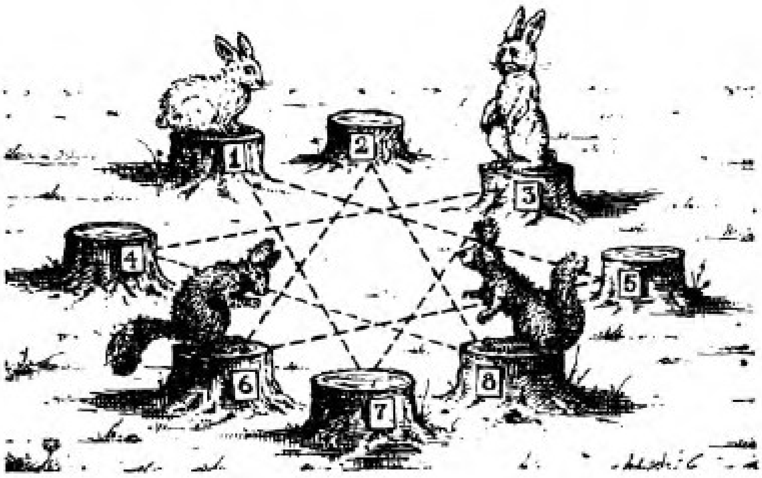


Рис. 8. Четыре равносторонних треугольника из шести спичек (треугольники – грани пирамиды)

Головоломные размещения и занимательные перестановки



1. Белки и кролики

Перед вами восемь пронумерованных пней (рис. 1). На пнях 1 и 3 сидят кролики, на пнях 6 и 8 – белки. И белки, и кролики почему-то недовольны своими местами и хотят обменяться пнями: белки желают сидеть на местах кроликов, а кролики – на местах белок. Попасть на новое место они могут, прыгая с пня на пень по следующим правилам:

1) прыгать с пня на пень можно только по тем линиям, которые показаны на рисунке; каждый зверек может делать несколько прыжков кряду;

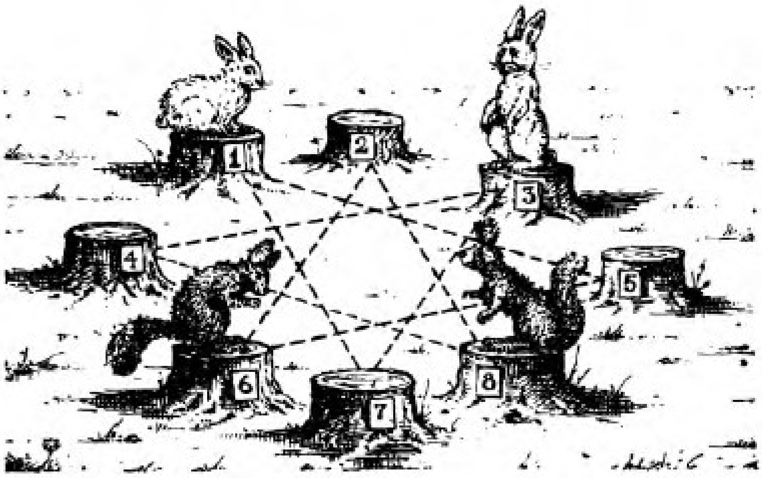


Рис. 1. На полянке

2) два зверька на одном пне поместиться не могут, поэтому прыгать можно только на свободный пень.

Имейте также в виду, что зверьки желают обменяться местами за наименьшее число прыжков. Впрочем, меньше чем 16 прыжками им не обойтись.

Как же они это сделают?

2. Чайный сервиз

Мне пришлось как-то целый вечер ждать поезд на маленькой станции. Не было ни книг, ни газет, ни собеседников, и я не знал, чем наполнить часы ожидания. К счастью, я вспомнил об одной занимательной задаче, которая незадолго до того попалась мне в иностранном журнале. Задача состояла в следующем.

Стол разграфлен на 6 квадратов, в каждом из которых, кроме одного, помещается какой-нибудь предмет. Я воспользовался чайной посудой и разместил по квадратам чашки, чайник и молочник, как показано на рис. 2.

Суть задачи в том, чтобы поменять местами чайник и молочник, передвигая предметы из одного квадрата в другой по определенным правилам, а именно:

1) предмет перемещать только в тот квадрат, который окажется свободным;

2) нельзя передвигать предметы по диагонали квадрата;

3) нельзя переносить один предмет поверх другого;

4) нельзя также помещать в квадрат более одного предмета, даже временно.

Эта задача имеет много решений, но интересно найти самое короткое, т. е. обменять местами чайник и молочник за наименьшее число ходов.

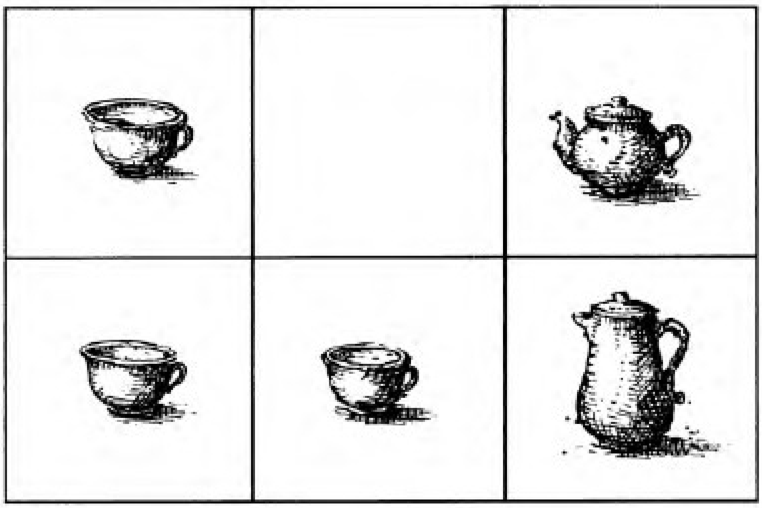


Рис. 2. Стол, накрытый к чаю

В поисках решения незаметно прошел вечер; я покидал станцию, так и не найдя кратчайшего решения.

Может быть, читатели найдут его? На всякий случай предупреждаю, что искомое наименьшее число ходов все же больше дюжины, хотя и меньше полутора дюжин.

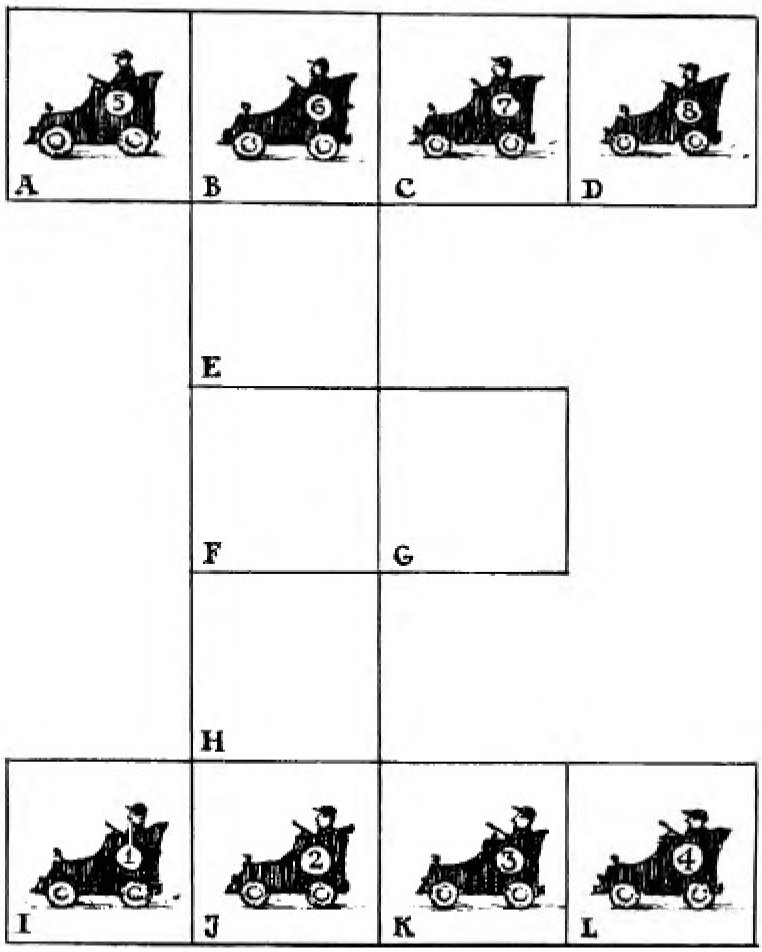


Рис. 3. В гараже

3. Автомобильный гараж

На нашем чертеже изображен план автомобильного гаража с помещениями для двенадцати автомобилей. Но помещение так неудобно, так мало, что у заведующего гаражом постоянно возникают затруднения. Вот одно из них. Предположим, что восемь автомобилей стоят так, как показано на рис. 3. Автомобили 1, 2, 3 и 4 необходимо поменять местами с автомобилями 5, 6, 7 и 8.

Как это сделать за наименьшее число переездов?

Надо заметить, что два автомобиля двигаться одновременно не могут и что в каждом отсеке гаража помещается только один автомобиль.

4. Три дороги

Три брата – Петр, Павел и Яков – получили невдалеке от их домов три участка земли, расположенные рядом. Каждый устроил на своем участке огород. Как видно из рис. 4, дома Петра, Павла и Якова и отведенные братьям земельные участки расположены не совсем удобно.

Но братья не могли договориться об обмене. А так как кратчайшие пути к огородам пересекались, то между ними вскоре начались столкновения, перешедшие в ссоры. Желая прекратить распри, братья решили отыскать такие пути к своим участкам, чтобы не пересекать друг другу дороги.

Рис. 4. Три дома – три участка

После долгих поисков они нашли такие три пути и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

Можете ли вы указать эти пути?

5. Муха на занавеске

На оконной занавеске с рисунком в клетку уселись 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказались в одном и том же ряду – ни прямом, ни косом (рис. 5).

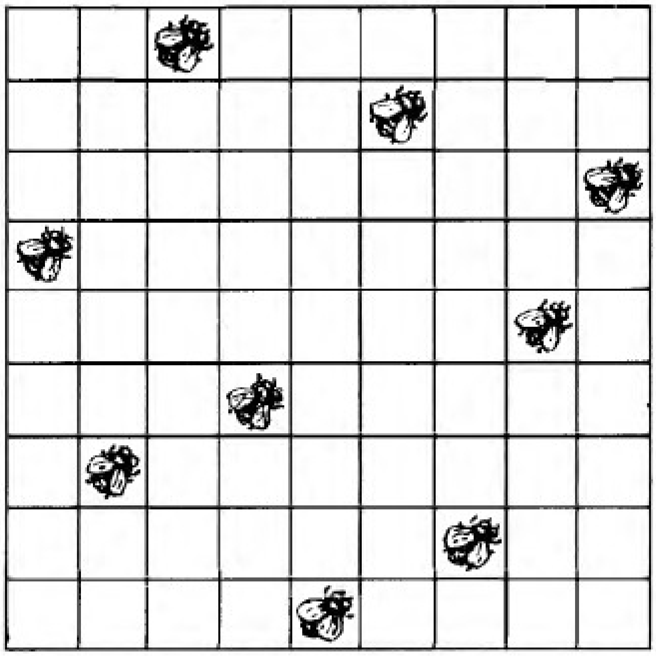


Рис. 5. Мухи на занавеске

Спустя несколько минут три мухи сменили места и переползли в соседние, незанятые клетки; остальные 6 не двигались. Но забавно: хотя три мухи перешли на другие места, все 9 снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном прямом или косом ряду.

Можете ли вы сказать, какие три мухи и куда переселись?

6. Дачники и коровы

Вокруг озера расположены четыре дачи, а почти прямо на берегу – четыре коровника (рис. 6).

Рис. 6. Дачники и коровы

Владельцы дач хотят соорудить сплошной забор так, чтобы озеро было закрыто от коров, но в то же время доступно для дачников, любящих купаться.

Исполнимо ли их желание? Если исполнимо, то как нужно построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся возможно дешевле?

7. Десять домов

Некто желал построить 10 домов, соединенных между собой крепкими стенами. Стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с четырьмя домами на каждой.

Приглашенный архитектор представил план, который вы видите здесь на рис. 7.

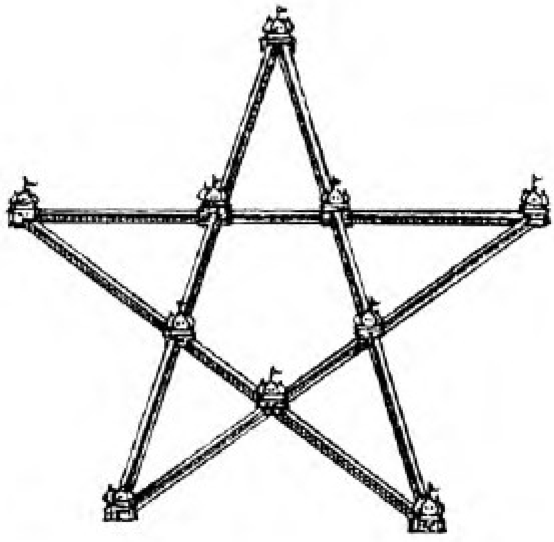


Рис. 7. Дома и стены

Этим планом заказчик остался недоволен: ведь при таком расположении можно подойти свободно к любому дому, а ему хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два дома были защищены стенами от нападения извне. Архитектор вообразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 домов должны быть расположены по 4 на каждой из пяти линий. Но заказчик настаивал на своем. Долго ломал архитектор голову над этой задачей и, наконец, решил ее.

Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 домов и 5 соединяющих их прямых стен, чтобы требуемое условие было выполнено.

8. Деревья в саду

В саду росло 49 деревьев, и вы можете видеть на рис. 8, как они были расположены. Садовник нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее было разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

– Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 в каждом ряду. Остальные сруби и возьми себе на дрова.

Когда рубка кончилась, садовник вышел посмотреть работу. К его огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев!

– Почему ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, – упрекал его садовник.

– Нет, не 20, мне сказано было оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал – посмотрите.

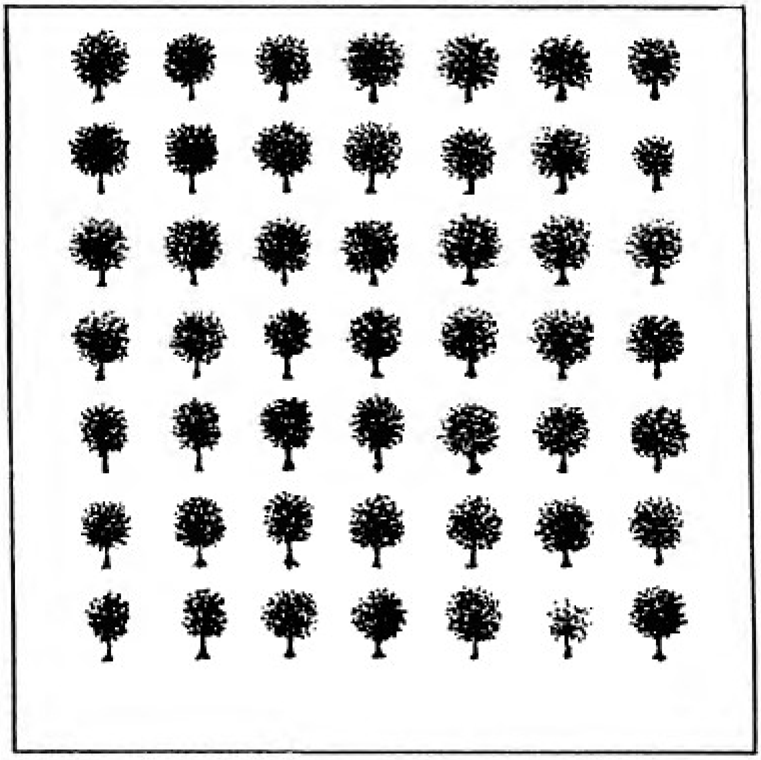


Рис. 8. Сад до вырубки деревьев

И в самом деле, садовник с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют 5 рядов по 4 дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, но вместо 29 деревьев работник вырубил 39.

Как он ухитрился это сделать?

9. Белая мышь

Все 13 мышей, окружающие кошку (рис. 9), обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке: каждый раз она отсчитывает по кругу, в том направлении, в каком мыши глядят, 13-ю, и съедает ее.

Рис. 9. Кошка и мышки

С какой мыши она должна начать, чтобы белая оказалась съеденной последней?

10. Из 18 спичек

Из 18 спичек нетрудно сложить два четырехугольника так, чтобы один был вдвое больше другого по площади (рис. 10).

Но сложите из тех же спичек два таких четырехугольника, чтобы один был в *три* раза больше другого по площади!

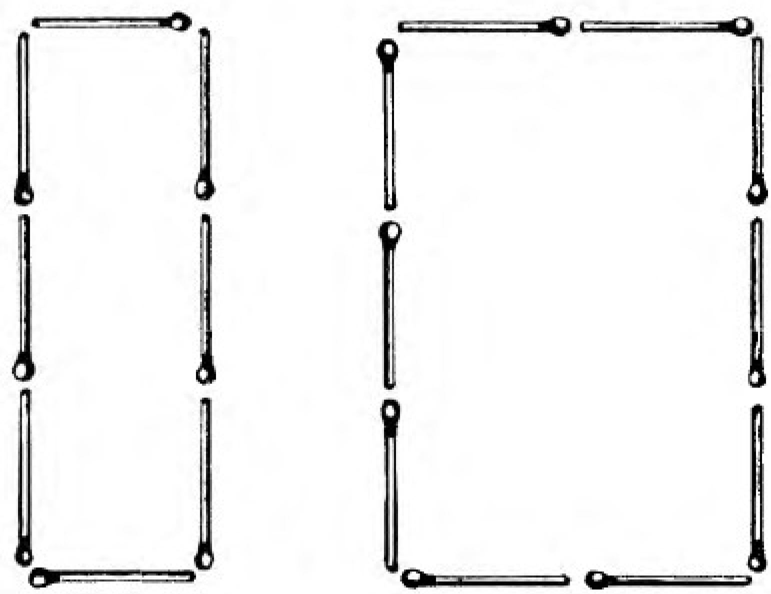


Рис. 10. Спичечная геометрия

Решения задач 1-10

1. Ниже указан самый короткий способ обмена. Цифры показывают, с какого пня на какой надо прыгать (например, 1–5 означает, что белка прыгает с 1-го пня на 5-й). Всех прыжков понадобится 16, а именно:

1 – 5;
3– 7,7–1;
8– 4, 4–3, 3–7;
6-2, 2–8, 8–4, 4–3;
5 – 6, 6 – 2, 2 – 8; 1 – 5, 5 – 6;
7-1.

2. Для удобства заменим чайную посуду цифрами (рис. 11).

1		2
3	4	5

Рис. 11. Задачи о перестановке чайной посуды

Тогда задача представится в таком виде: надо поменять местами предметы 2 и 5. Вот порядок, в каком их следует передвигать на свободный квадрат:

2, 5,4,2,1,3,2,4, 5,1,4,2,3,4,1, 5,2.

Задача решается в 17 ходов; более короткого решения нет.

3. В таблице показаны по порядку все переезды, необходимые для того, чтобы помочь заведующему гаражом выйти из затруднительного положения. Цифры обозначают номера автомобилей, а буквы – соответствующие помещения. (6-С означает, что автомобиль 6 ставится в отделение С и т. п.)

Всех переездов понадобится 43. Вот они:

6-C	4-A	1-C	3-G
2-B	7-F	2-J	6-1
1-E	8-E	7-H	2-J
3-H	4-D	1-A	5-H
4-1	8-C	7-G	3-C
3-L	7-A	2-B	5-G
6-K	8-G	6-E	3-B
4-G	5-C	3-H	6-E
1-I	2-B	8-L	5-I
2-J	1-E	3-1	6-J
5-H	8-1	7-K	

4. Три непересекающихся пути показаны на рис. 12.

И Петру, и Павлу приходится идти довольно извилистой дорогой – но зато братья избегают нежелательных встреч.

5. Стрелки на рис. 13 показывают, какие мухи переменили место и с каких клеток они пересели.

6. Забор можно поставить двумя способами (рис. 14 *а, б).*

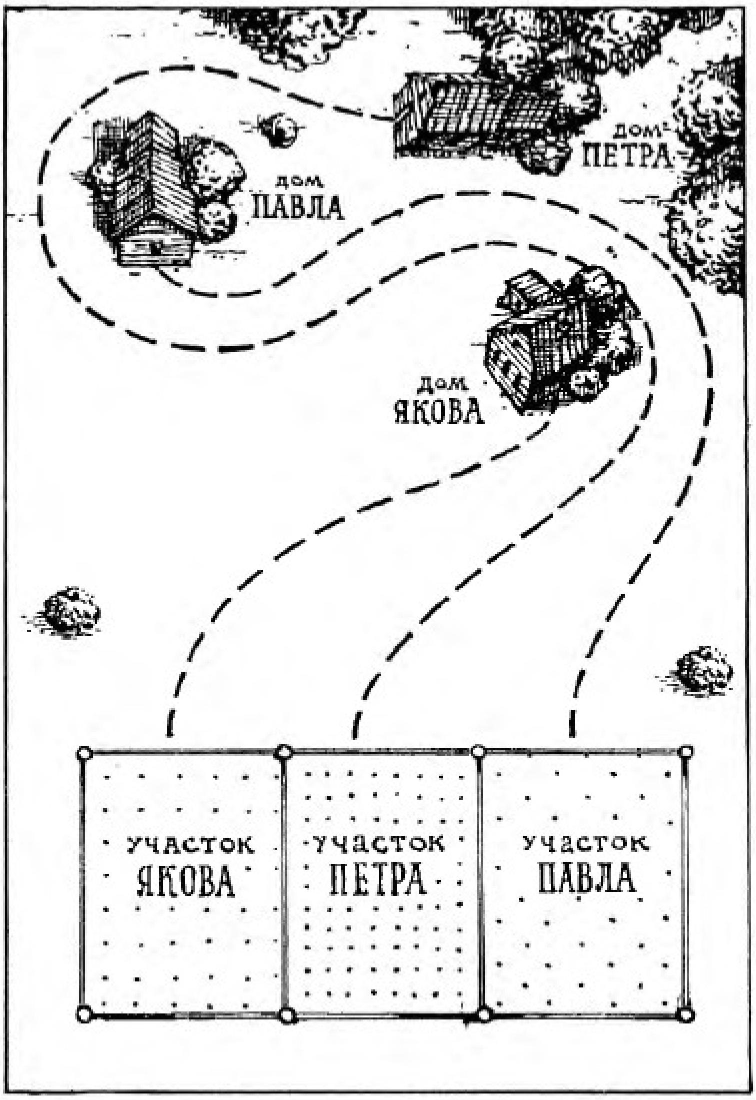


Рис. 12. Три непересекающихся пути

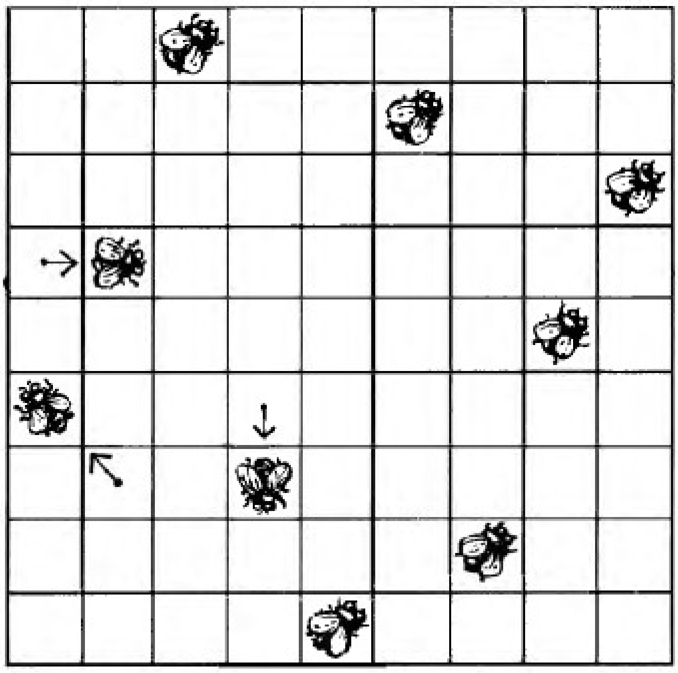


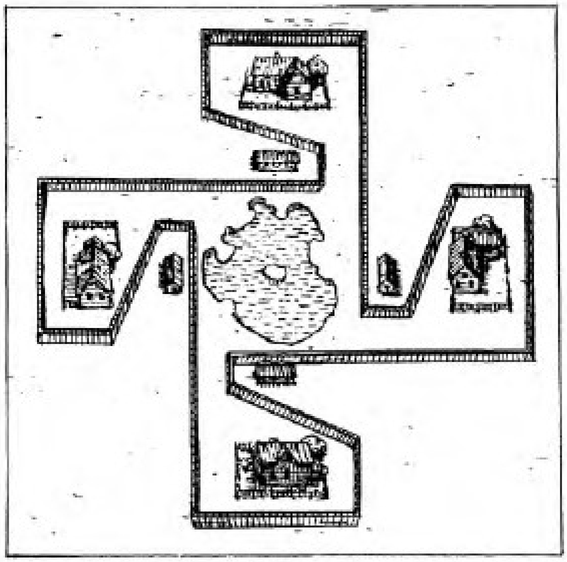
Рис. 13. Мухи на занавеске (в новой позиции)

Забор, построенный по второму плану (рис. 14 *б*) короче и, следовательно, дешевле.

7. Вот единственное расположение, при котором 2 дома находятся в безопасности от нападения извне (рис. 15). Все 10 домов расположены здесь, как требовалось в задаче: по 4 на каждой из пяти прямых стен.

8. Деревья, оставшиеся несрубленными, расположены так, как показано на рис. 16.
Как видите, они действительно образуют 5 прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

а)



б)

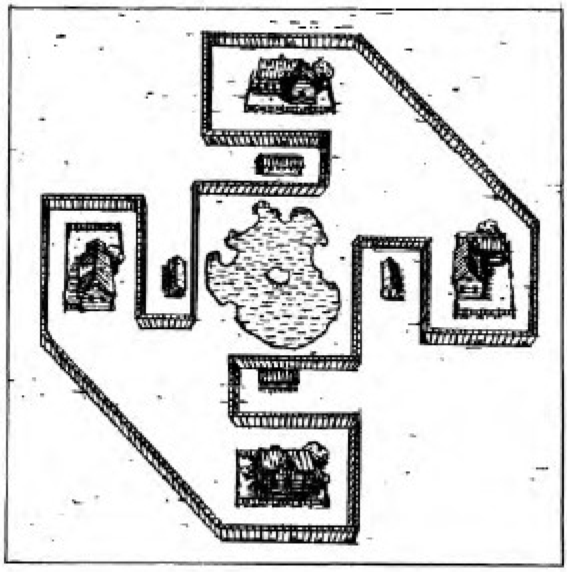


Рис. 14 *а, б.* Как оградить озеро от коров

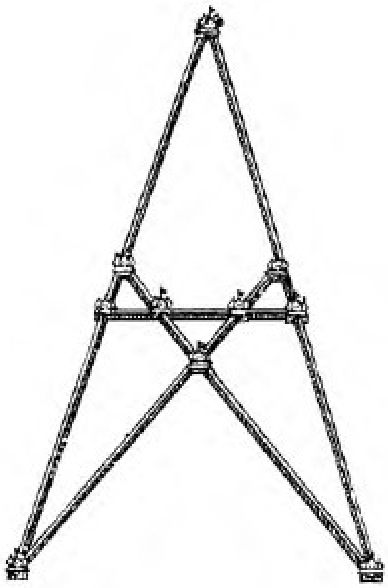


Рис. 15. Дома и стены (два дома в безопасности)

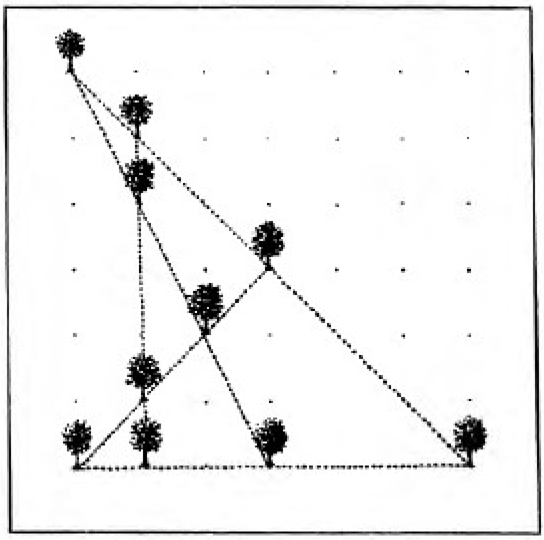


Рис. 16. Сад после вырубки деревьев

9. Кошка должна съесть первой ту мышь, которая находится у кончика ее хвоста (рис. 9).

Попробуйте, начав с этой мыши счет по часовой стрелке, зачеркивать каждую 13-ю мышь, и вы убедитесь, что белая мышь будет зачеркнута последней.

10. На рис. 17 показано, как надо сложить из 18 спичек два четырехугольника, чтобы один был *втрое* больше другого по площади. Второй четырехугольник является параллелограммом с высотой, равной 11/2 спичкам.

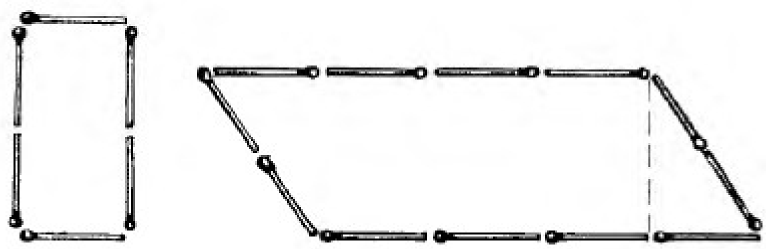
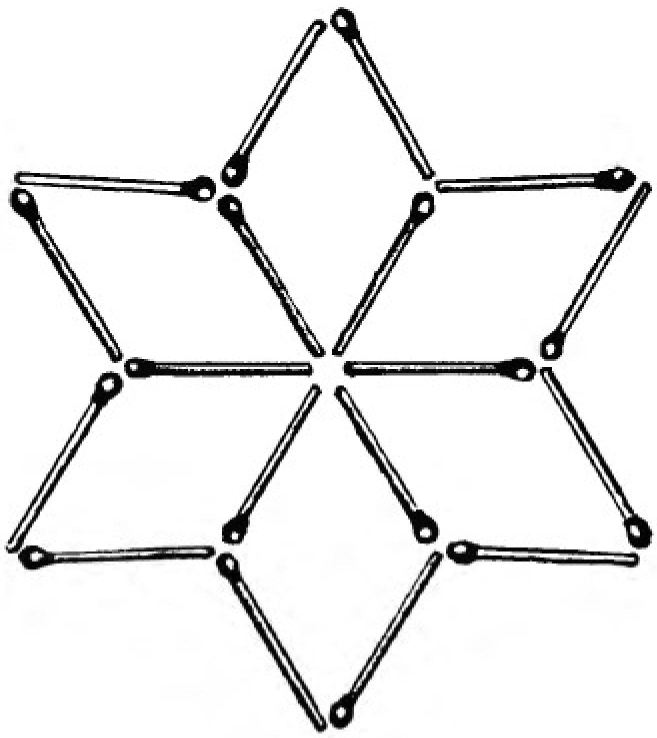


Рис. 17

Площадь параллелограмма равна его основанию, умноженному на высоту. В основании нашего параллелограмма лежат 4 спички, высота же равна 11/2 спичкам; следовательно, площадь равна 4 × 11/2, т. е.

6 таким квадратикам, каких в меньшем четырехугольнике 2. Итак, правый четырехугольник имеет площадь *втрое* большую, нежели левый.

Задачи со спичками



1. Из шести три

Перед вами (рис. 1) фигура, составленная из 18 спичек. Вы видите в ней 6 одинаковых квадратов. Задача состоит в следующем: нужно убрать 5 спичек, не перекладывая остальных, так, чтобы осталось всего 3 квадрата.

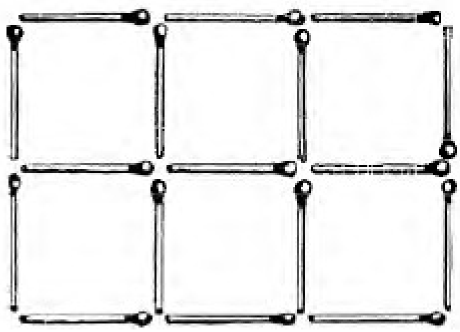


Рис. 1

2. Оставить пять квадратов

В решетке из спичек, представленной на рис. 2, нужно так убрать 4 спички, не трогая остальных, чтобы осталось 5 квадратов.

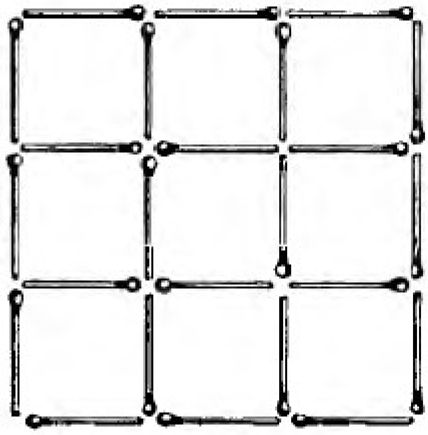


Рис. 2

3. Оставить четыре квадрата

Из той же фигуры (рис. 2) так извлеките 8 спичек, не трогая других, чтобы оставшиеся спички составили 4 одинаковых квадрата.

4. Оставить три квадрата

В той же решетке (рис. 2) так уберите 6 спичек, не перекладывая остальных, чтобы осталось всего 3 квадрата.

5. Оставить два квадрата

И наконец, в той же фигуре (рис. 2) так уберите 8 спичек, не трогая остальных, чтобы осталось всего лишь 2 квадрата.

6. Шесть четырехугольников

В фигуре, представленной на рис. 3, нужно так переложить 6 спичек с одного места на другое, чтобы образовалась фигура, составленная из 6 одинаковых четырехугольников.

7. Из дюжины спичек

Из 12 спичек нужно составить фигуру, в которой было бы три одинаковых четырехугольника и два одинаковых треугольника.

Как это сделать?

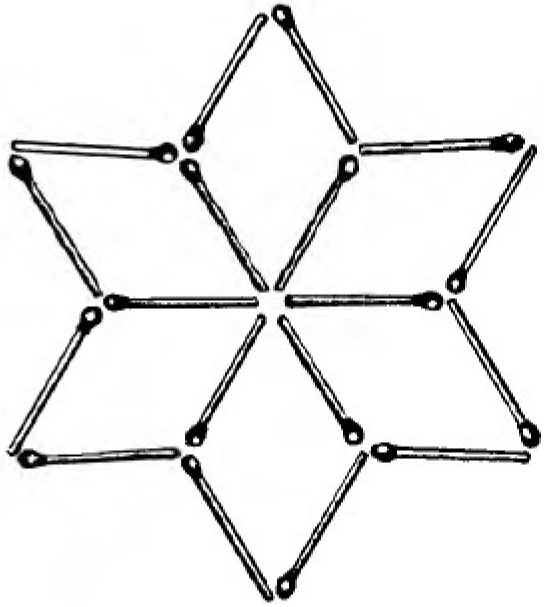


Рис. 3

8. Из полутора дюжин

Из 18 спичек нужно сложить два четырехугольника так, чтобы площадь одного была втрое больше площади другого. Спички, как и во всех предыдущих задачах, переламывать нельзя. Оба четырехугольника должны лежать обособленно, не примыкая друг к другу.

9. Два пятиугольника

Если вам удалось решить предыдущую задачу, попытайтесь решить такую головоломку.

Из 18 спичек сложить два пятиугольника так, чтобы площадь одного была ровно втрое больше площади другого. Остальные условия те же, что и в предыдущей задаче.

10. Из 19 и из 12

На рис. 4 вы видите, как можно 19 целыми спичками ограничить шесть одинаковых участков.

А можно ли ограничить шесть одинаковых участков – хотя бы и иной формы -12 целыми спичками?

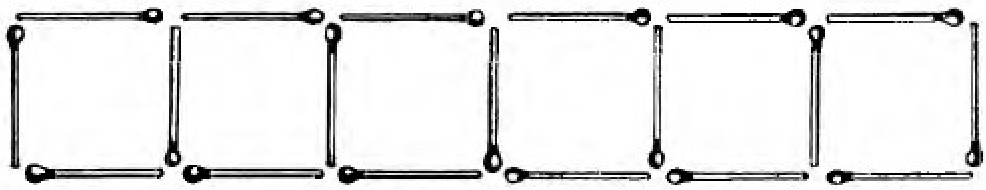


Рис. 4

Решения задач 1-10

1. Решение этой задачи на рис. 5.

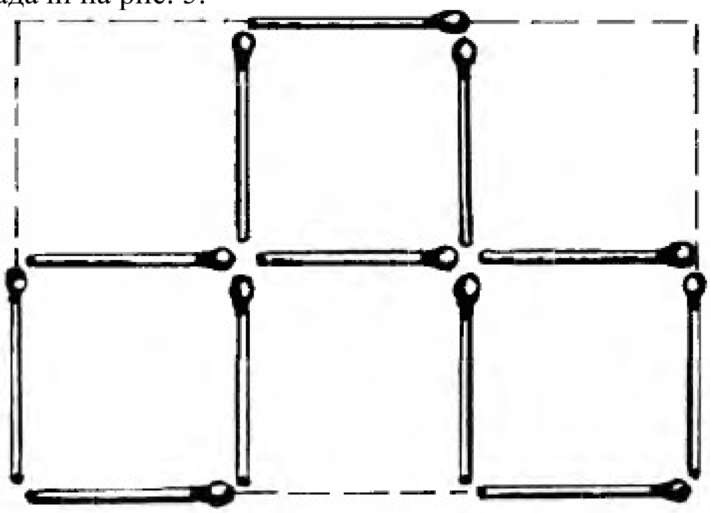


Рис. 5

2—5. Решение задачи 2 показано на рис. 6, задачи 3 на рис. 7 и 8, задачи 4 – на рис. 9, задачи 5 – на рис. 10.

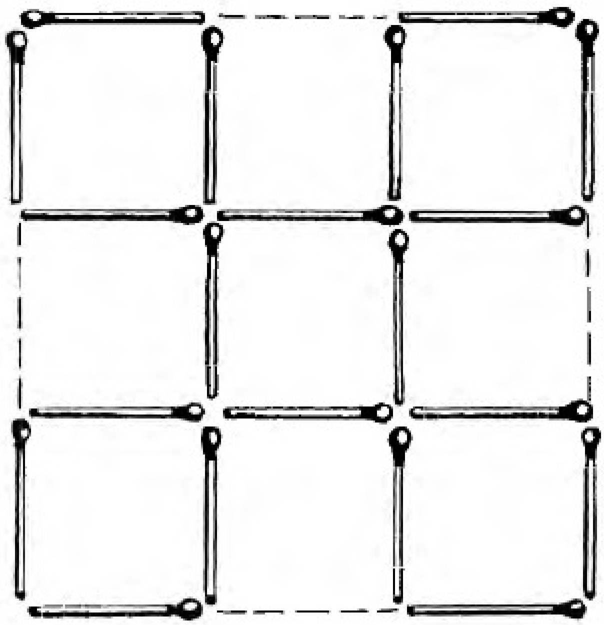


Рис. 6

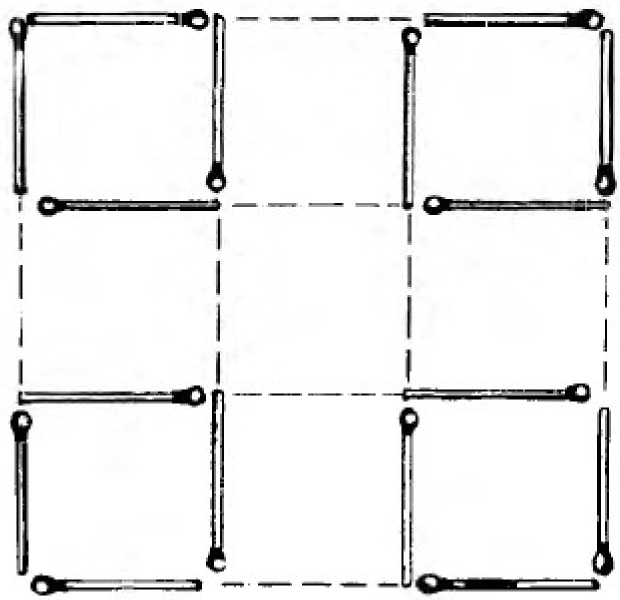


Рис. 7

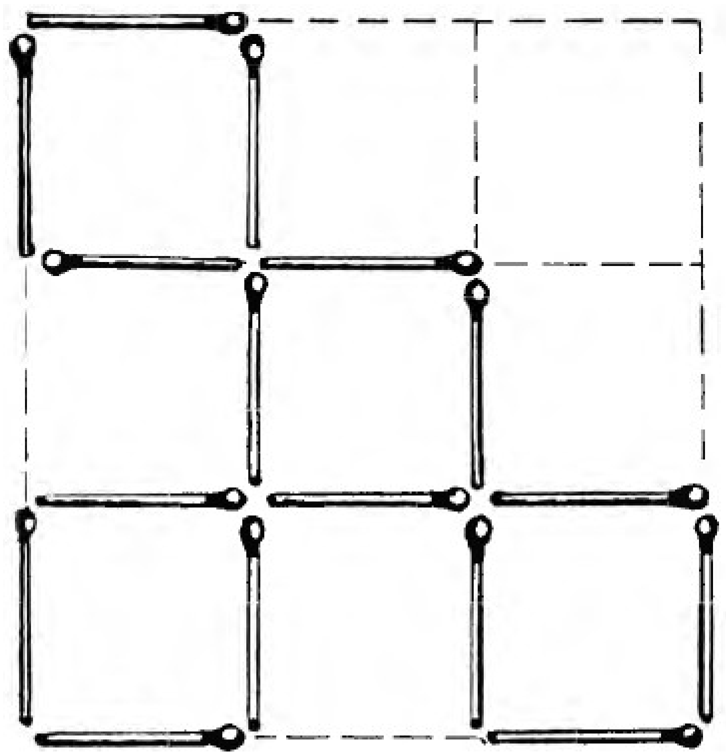


Рис. 8

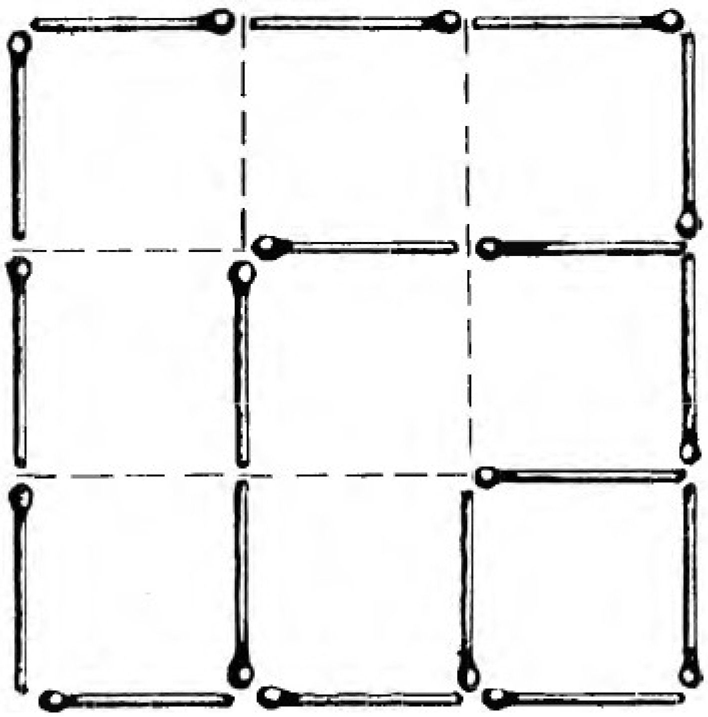


Рис. 9

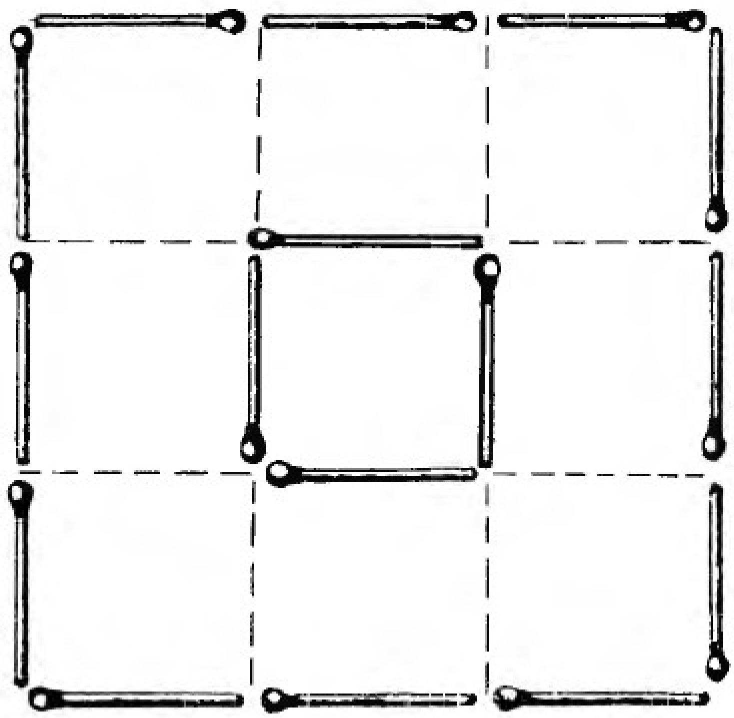


Рис. 10

6. Смотри на рис. 11.

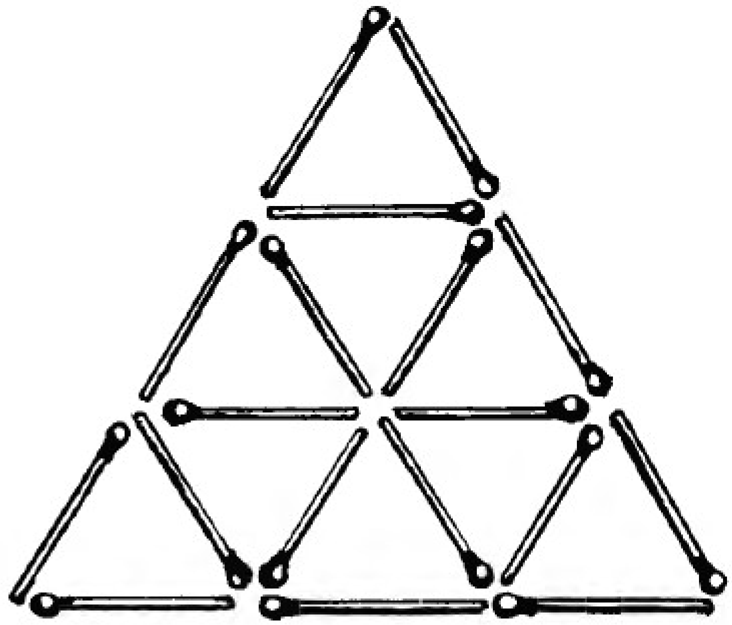


Рис. 11

7. Решение задачи 7 показано на рис. 12. Это равносторонний шестиугольник (но не правильный, поскольку его углы не равны).

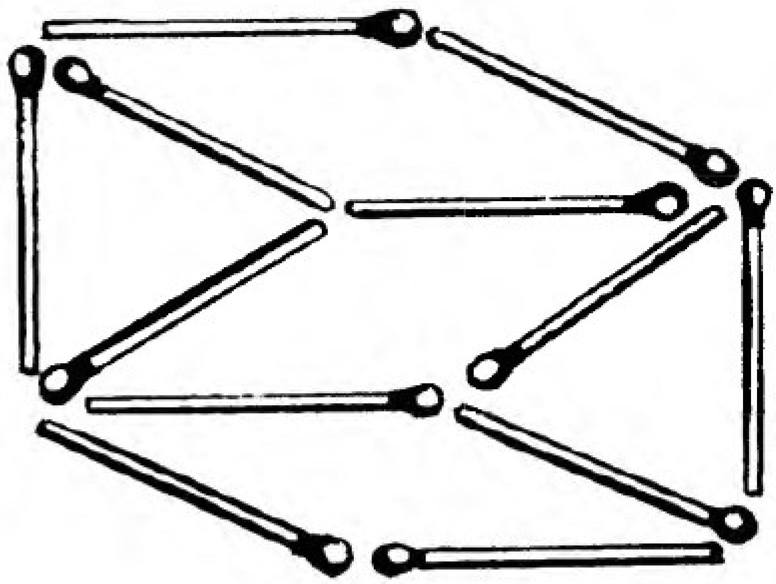


Рис. 12

8. Решение этой задачи показано на рис. 3. Площадь верхней фигуры образуют два квадрата, каждый со сторонами в одну спичку. Нижний четырехугольник представляет собой параллелограмм, высота которого AB = 11/2 спички. Площадь параллелограмма по правилам геометрии равна его основанию, умноженному на высоту: 4 x 1^2 = 6, т. е. втрое больше площади верхнего четырехугольника.

9—10. Решения задач 9 и 10 наглядно показаны на рис. 14 и 15.

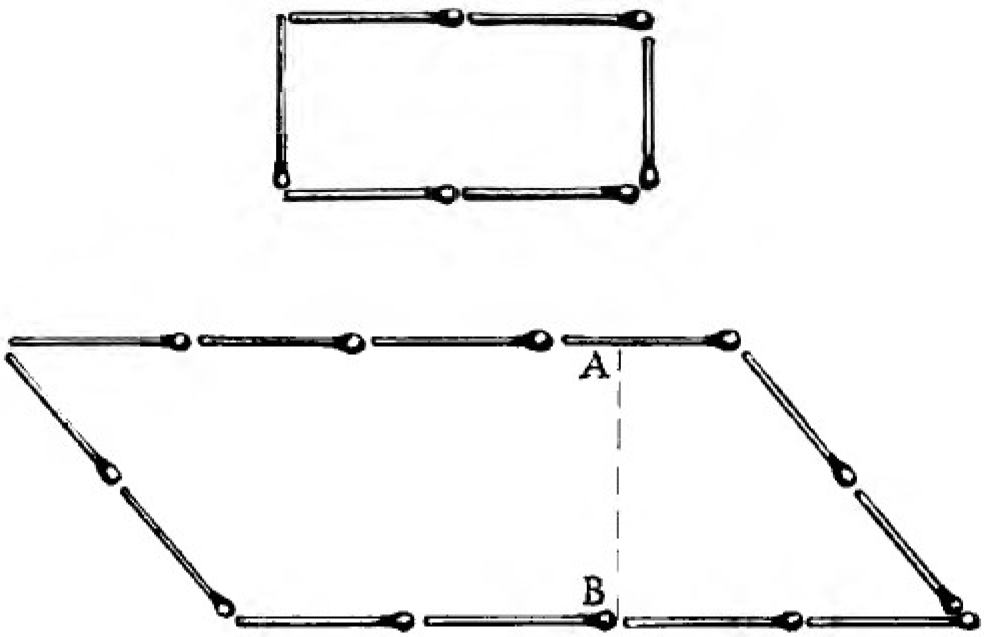


Рис. 13

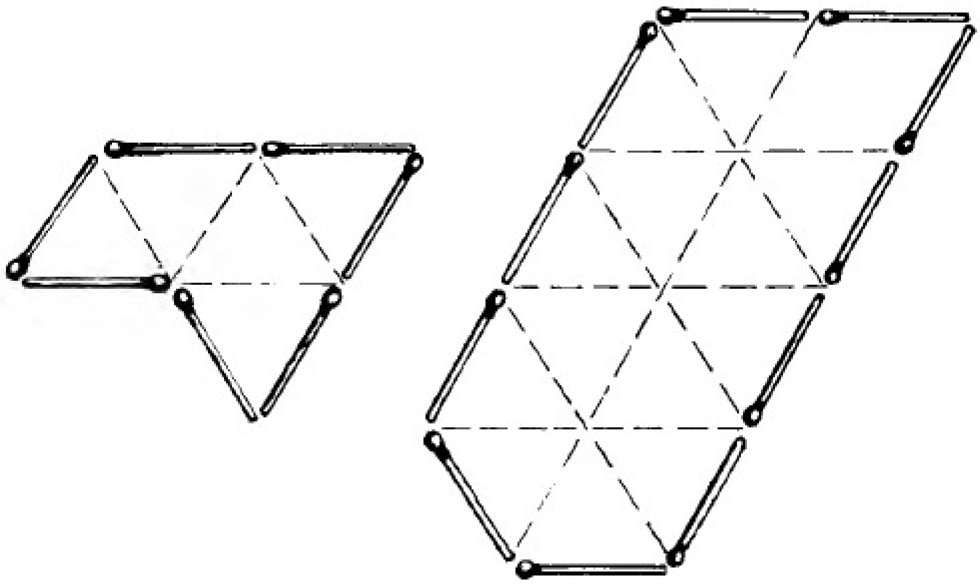


Рис. 14

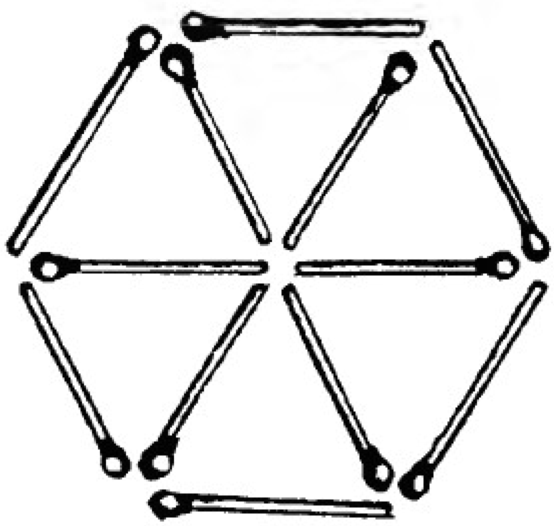
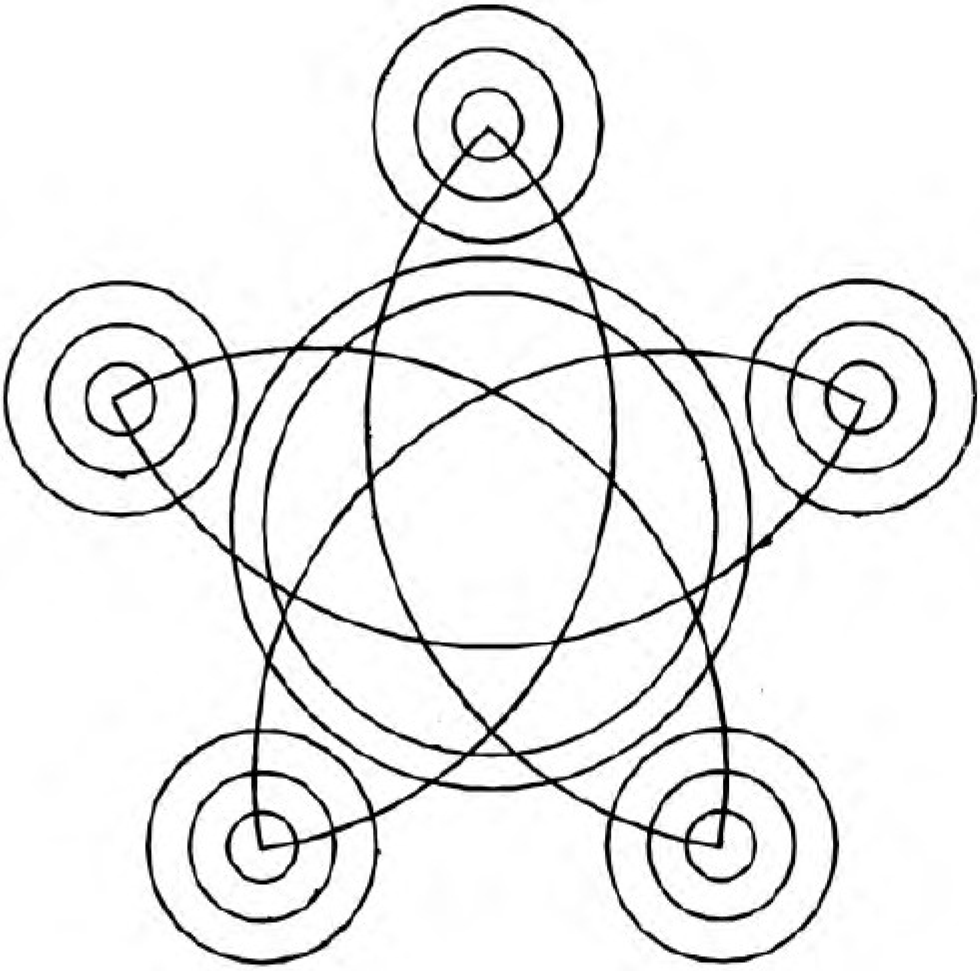


Рис. 15

Путешествия по кристаллу и непрерывное черчение



– Чем вас так заинтересовала эта муха на кристалле?

– Своим странным поведением: она ходит по кристаллу, право, не без системы. Посмотрите, она путешествует только по ребрам и не ступает по граням. Что за охота ей ходить по острым ребрам, когда рядом сколько угодно плоских мест?

– Мне кажется, дело довольно просто. Чем склеены у вас грани кристалла?

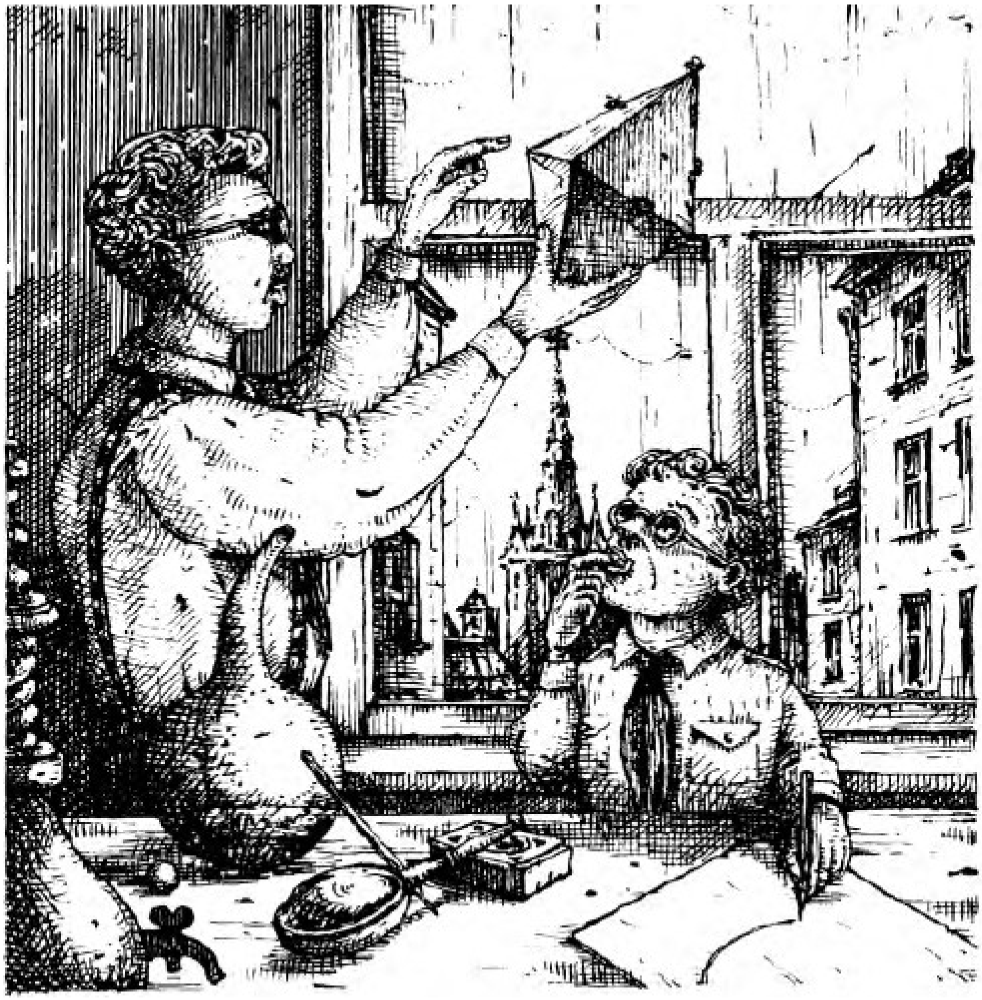


Рис. 1. Муха на кристалле

– Вы подозреваете, что в клее есть что-то сладкое, привлекающее муху? Кажется, вы правы; она действительно вылизывает хоботком ребра кристалла. Так вот почему она медленно и систематически переходит с одного ребра на другое!

– И при этом на практике решает интересную задачу: обойти многогранник по его ребрам, не посещая дважды ни одного ребра.

– Разве это возможно?

– В данном случае вполне: ведь этот кристалл – восьмигранник.

– Да, октаэдр. И что же?

– У него на каждой вершине сходятся 4 ребра.

– Разумеется. Но какое отношение это имеет к нашей задаче?

– Самое непосредственное. Задача обойти все ребра многогранника, и притом не более чем по одному разу, разрешима только для тех многогранников, у которых в каждой вершине сходится *четное число* ребер.

– Вот как! Я об этом не знал. Почему же?

– Почему в каждой вершине должно сходиться именно четное число ребер? Очень просто. Ведь в каждую вершину надо попасть и надо из нее уйти, причем прийти по одной дороге, а уйти по другой, значит, нужно, чтобы в ней сходилась *пара* ребер. Если же, путешествуя по кристаллу, вы попадете на вершину вторично, если к ней ведет еще и третье ребро, то должно иметься непременно и четвертое, чтобы вы могли уйти с этой вершины, а не очутиться в тупике. Другими словами, число ребер, сходящихся в каждой вершине, должно быть парное, т. е. четное. Если хотя бы одна вершина многогранника имеет нечетное число сходящихся в ней ребер, то на такую вершину вы, конечно, можете, исчерпав все ведущие к ней парные ребра, попасть по последнему неиспользованному ребру, но покинуть эту вершину вам уже не удастся: путешествие здесь поневоле оборвется.

– Но ведь я могу просто не воспользоваться этим ребром, раз оно заведомо ведет в тупик!

– Тогда вы не выполните другого условия нашего путешествия: пройти *по всем* ребрам без исключения.

– Позвольте, но может же случиться, что это ребро как раз последнее и единственное, еще не пройденное. Тогда нет вовсе надобности покидать его: оно и будет конечной целью путешествия.

– Совершенно правильно. И если бы в фигуре была только одна «нечетная» вершина, то вам нужно было бы избрать такой маршрут, чтобы вершина эта оказалась *последним этапом* – тогда вы разрешили бы задачу успешно. Или же *начать* движение с этой вершины – тогда вам не пришлось бы в нее возвращаться. Однако, фигур с одной «нечетной» вершиной не существует: таких вершин должно быть четное число – две, четыре, шесть и т. д.

– Это почему же?

– Вспомним о том, что каждое ребро соединяет две вершины. И если какая-нибудь вершина имеет ребро без пары, то оно должно упираться в какую-нибудь соседнюю вершину и там тоже быть непарным ребром.

– А если соседняя вершина и без этого ребра «нечетная»? Тогда новое ребро делает ее «четной», и наша «нечетная» вершина остается одинокой.

– Этого не может быть. Если без нашего ребра у соседней вершины сходится нечетное число ребер, то, значит, одно из ее непарных ребер соединено с какой-то другой вершиной, и следовательно, «нечетная» вершина еще будет найдена. Иначе говоря, если в фигуре имеется одна «нечетная» вершина, то непременно должна существовать и вторая. Число *«нечетных»* вершин не может быть нечетным. Поясню это еще и иным путем, пожалуй, более простым. Представьте, что вам нужно сосчитать число ребер в какой-то фигуре. Вы считаете ребра, сходящиеся в одной вершине, прибавляете ребра, сходящиеся во второй, потом – в третьей и т. д. Когда вы все это сложите, что у вас получится?

– Двойное число ребер фигуры, потому что каждое ребро считалось дважды: ведь каждое ребро соединяет две вершины.

– Именно. Вы получите удвоенное число ребер. И если допустить, что в одной из вершин сходится нечетное число ребер, а во всех прочих – четное, то результатом сложения будет, конечно, число нечетное. Но может ли *удвоенное* целое число быть нечетным?

– Не может, конечно. Теперь мне совершенно ясно, что «нечетных» вершин во всякой фигуре должно быть две, четыре, т. е. обязательно четное число. Все же я думаю, что и кристалл с *двумя* «нечетными» вершинами возможно обойти. Пусть у нас имеется фигура с двумя «нечетными» вершинами. Что мешает начать путешествие именно в одной из этих точек и закончить в другой? Тогда не понадобится ни возвращаться в первую, ни уходить из последней. Путешествие будет выполнено с соблюдением всех требуемых условий.

– Правильно! В этом и состоит секрет успешного выполнения подобных путешествий, или – что то же самое – правило вычерчивания фигур одним росчерком пера. Если потребуется непрерывным движением начертить фигуру – безразлично, в плоскости или в пространстве, – то прежде всего внимательно ее рассмотрите и определите, имеются ли у этой фигуры «нечетные» вершины, т. е. такие, у которых встречается непарное число линий. Если подобных вершин в фигуре больше двух, то задача неразрешима. Если только две, то нужно начать вычерчивание в одной «нечетной» точке и закончить в другой. Если «нечетных» вершин вовсе нет, то можно начинать чертить из любой вершины, и всегда найдется способ вычертить всю фигуру и вернуться в начальную точку. Каким путем вы в таком случае поведете перо – безразлично. Надо только заботиться о том, чтобы не вести линию к вершине, от которой нет больше пути, т. е. стараться не замыкать фигуру раньше времени. Вот пример: фигура в форме буквы Ф (рис. 2). Можно ли ее начертить одним росчерком пера?

– В ней всего две «нечетные» вершины – концы «палки». Значит, начертить ее одним росчерком пера возможно. Но как?

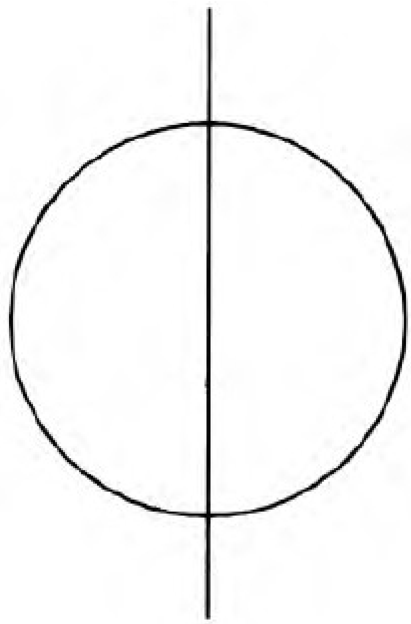


Рис. 2

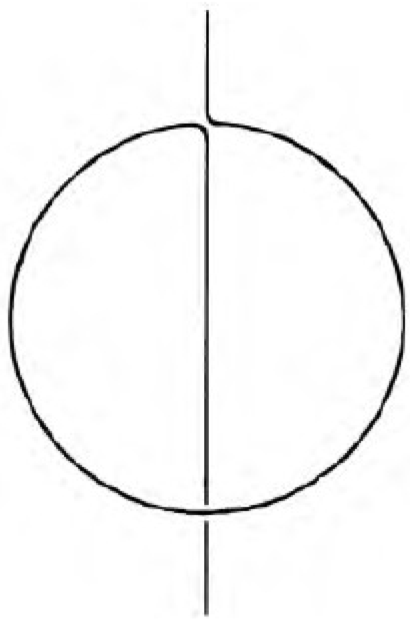


Рис. 3

– Нужно начать с одного конца «палки» и кончить другим (рис. 3).

– В детстве я ломал голову над тем, чтобы начертить одним росчерком пера четырехугольник с двумя диагоналями (рис. 4). Мне этого никак не удавалось сделать.

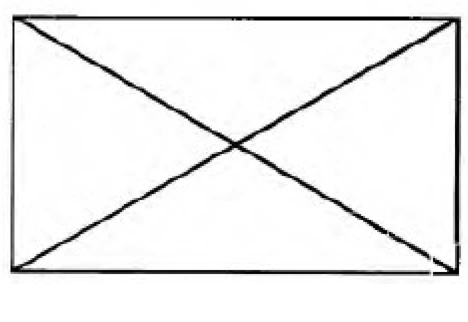


Рис. 4

– И не удивительно: ведь в этой фигуре 4 «нечетные» вершины – углы четырехугольника. Бесполезно даже ломать голову Рис. 4 над этой задачей: она неразрешима.

– А что скажете вы о фигуре, изображенной на рис. 5?

– Ее тоже нельзя начертить одной непрерывной линией, потому что у нее 4 вершины, в каждой из которых сходится по 5 линий, т. е. у нее 4 «нечетных» вершины. Зато легко начертить фигуры, показанные на рис. 6 и 7: у них все вершины «четные» (решение для второй фигуры см. на рис. 8). Теперь перейдем к той задаче, которую решает наша муха: обойти по одному разу все ребра октаэдра, не отрывая пера от бумаги. На каждой вершине этой фигуры сходятся 4 ребра; в ней вовсе нет «нечетных» вершин. Поэтому можно начать путешествовать с любой вершины – вы обязательно возвратитесь в исходную точку. Вот одно из возможных решений (рис. 9).

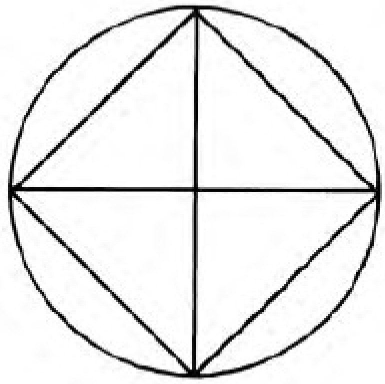


Рис. 5

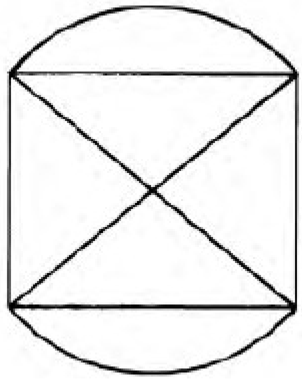


Рис. 6

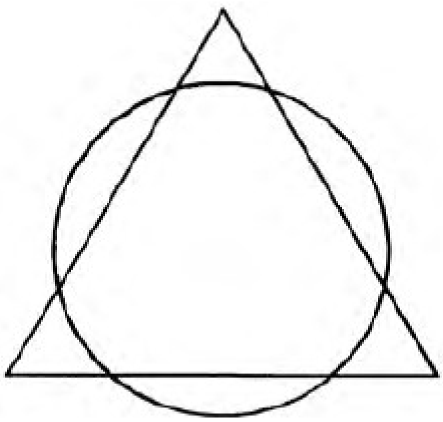


Рис. 7

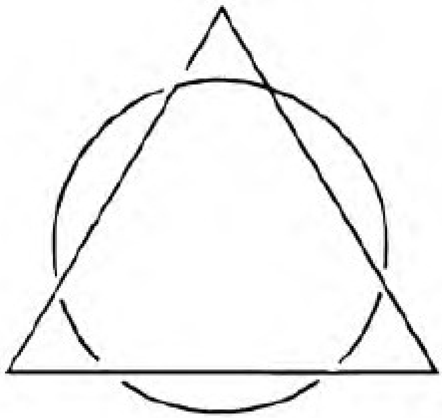


Рис. 8

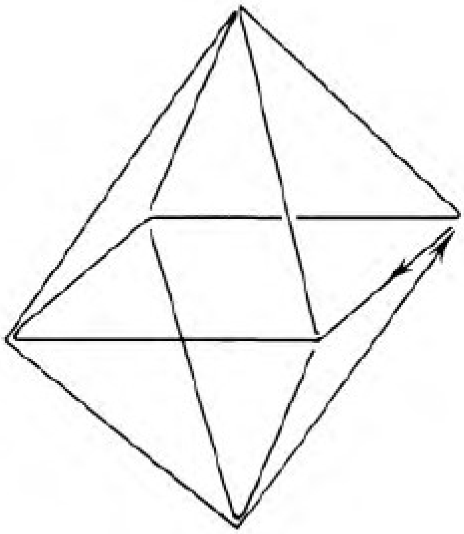
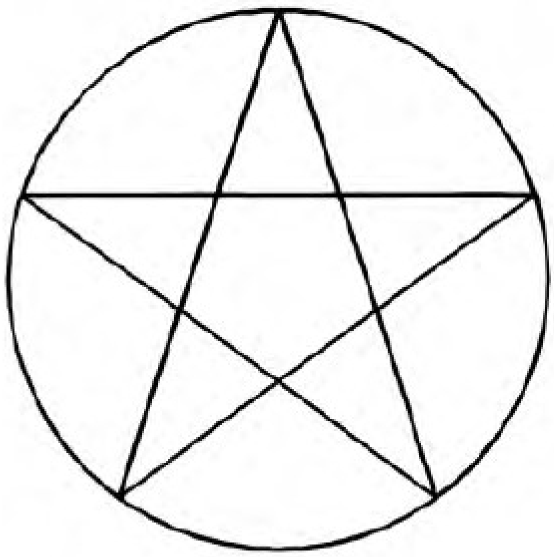


Рис. 9

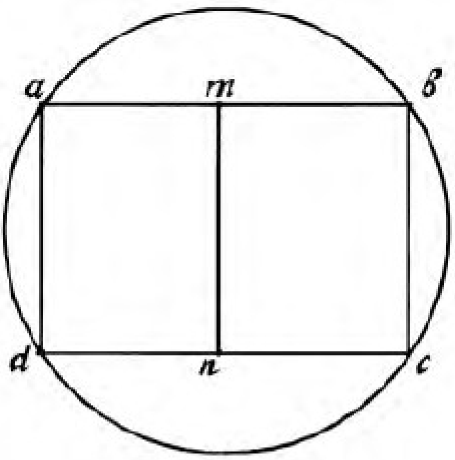
– А знаете, это интересный род головоломок! Дайте мне десяток подобных задач, я подумаю о них на досуге.

– Извольте.

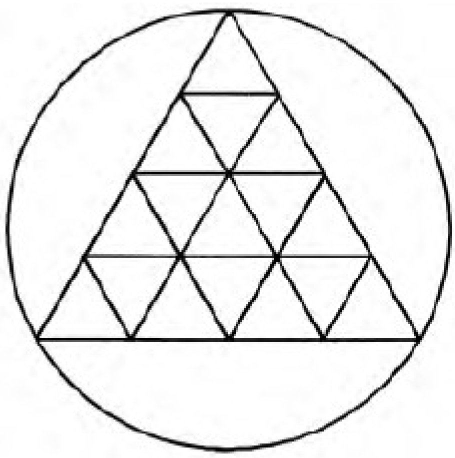
Задача 1



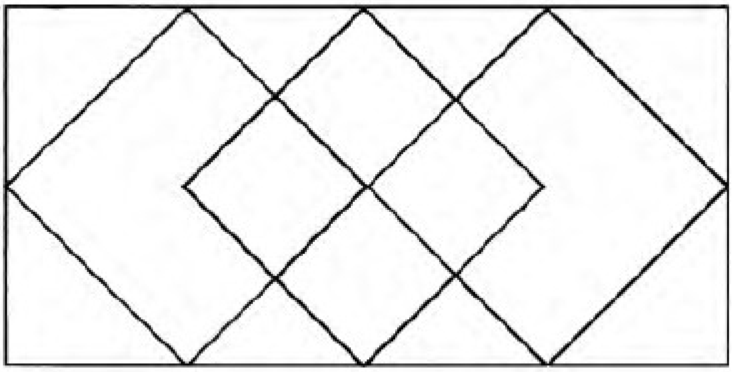
Задача 2



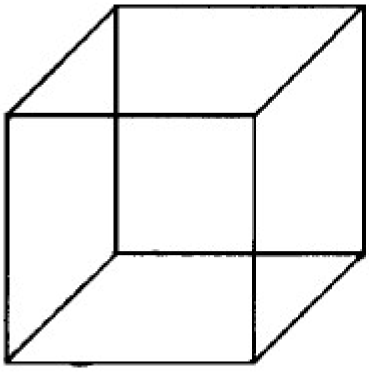
Задача 3



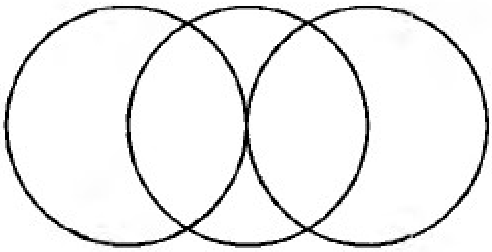
Задача 4



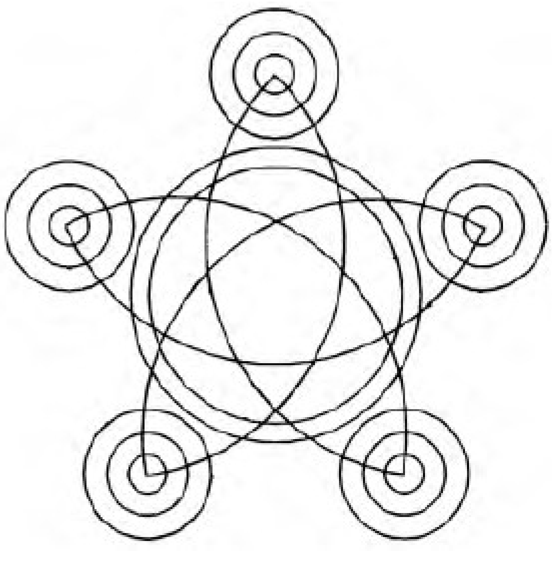
Задача 5



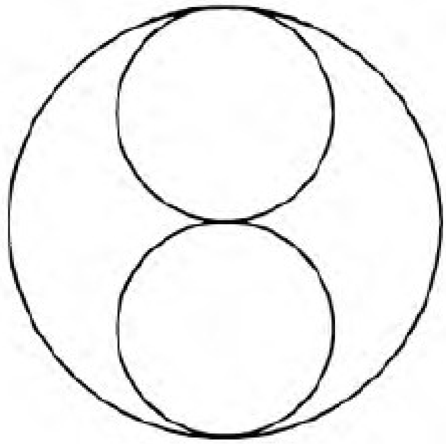
Задача 6



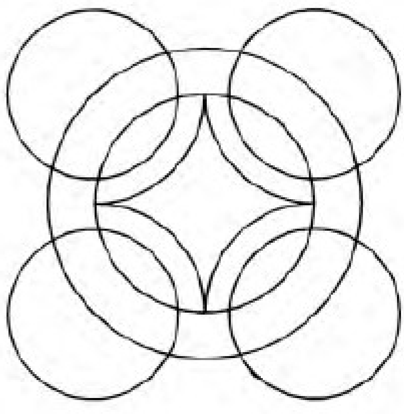
Задача 7



Задача 8



Задача 9



Задача 10

Решения задач 1-10

Из фигур, представленных в задачах 1-10, безусловно, можно начертить непрерывной линией фигуры из задач 2, 4, 5, 7-10. В этих фигурах во всех точках пересечения сходится четное число линий, следовательно, каждая точка может быть начальной, она же будет и конечной. Выполнение фигур показано на рис. 10–18.

Фигура задачи 1 имеет только две «нечетные» точки – те места, где ручка молотка входит в головку: в этих точках сходится по 3 линии. Поэтому фигуру можно начертить непрерывной линией только в том случае, если начать из одной «нечетной» точки и кончить в другой.

То же относится и к фигуре задачи 3: она содержит только две «нечетные» точки, *тип.* Они и будут начальной и конечной точкой при черчении.

Фигура задачи 6 имеет более двух «нечетных» точек, а потому ее совершенно невозможно начертить одной непрерывной линией.

Рис. 10

Рис. 11

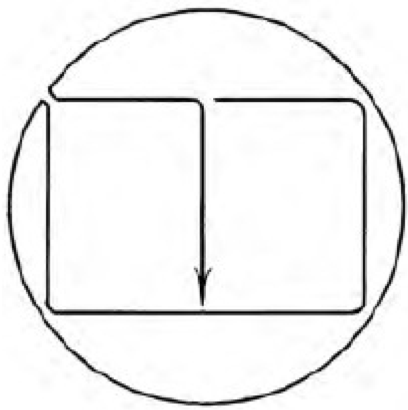


Рис. 12

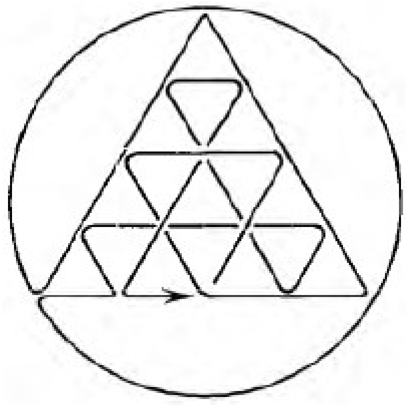


Рис. 13

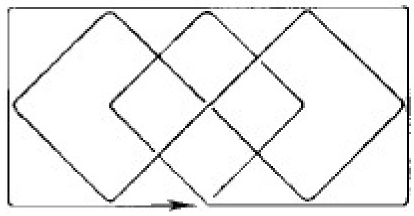


Рис. 14

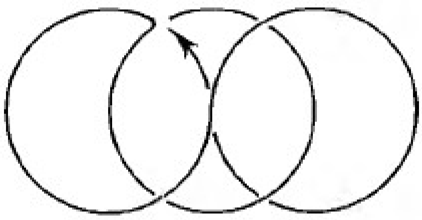


Рис. 15

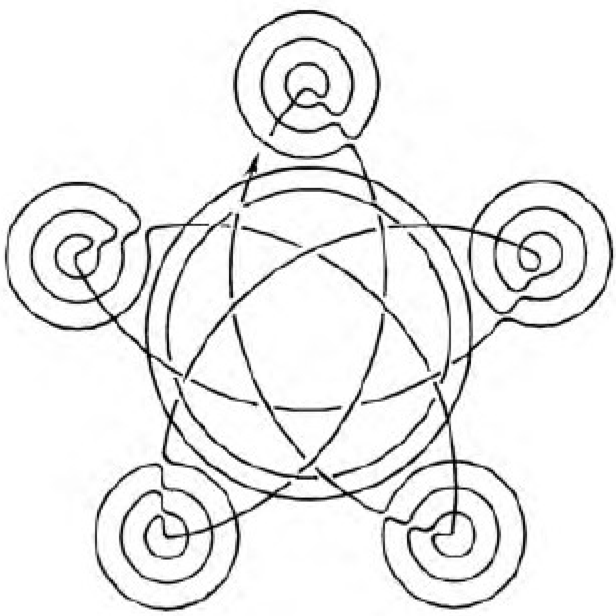


Рис. 16

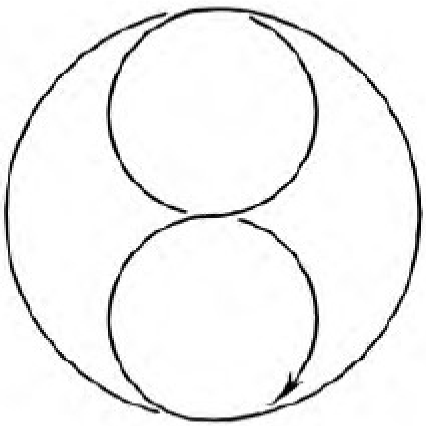


Рис. 17

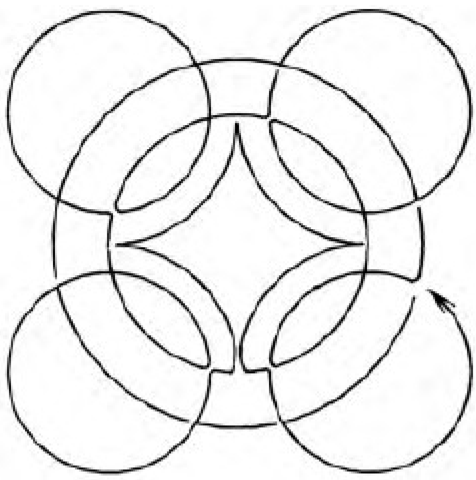


Рис. 18